

Formler för beräkning på en transmissionsledning av mikrostriptyp

För denna typ av transmissionsledning finns många olika approximativa formler att finna i facklitteraturen. Några av dem ges nedan. Geometrin och beteckningar visas i figur 13-27 på sidan 489 i Frenzels bok: h är tjockleken på kretskortets dielektriska substrat, w är bredden på ledaren på kretskortets ovansida och t är tjockleken hos denna ledare. Måtten h, W, t anges i valfri enhet (huvudsaken är att samma enhet används för samtliga); vanligen mm eller in (inch=tum) eller mil (tusendelar av tum, 1mil = 0,001 tum). Substratets relativa permittivitet är ϵ_r . Den effektiva relativa permittiviteten (ϵ_{eff}) tar hänsyn till att E-fältet genomkorsar såväl substrat som luft i denna typ av ledning.

Fasfärdigheten beräknas med $v_{fas} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}}$ där c_0 är ljusets fart i vakuum.

- 1) Frenzel, *Principles of Electronic Communication Systems* (4th Edition, McGraw-Hill, 2016), ger i avsnitt 13-3 följande formel för karakteristiska impedansen:

$$Z_0 = \frac{87}{\sqrt{\epsilon_r + 1,41}} \ln \left(\frac{5,98 h}{0,8 W + t} \right)$$

$$\epsilon_{eff} = 0,475\epsilon_r + 0,67$$

[Originalpublikationen verkar vara: H.R. Kaupp, *Characteristics of Microstrip Transmission Lines*, IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRONIC COMPUTERS, VOL. EC-16, NO. 2, APRIL 1967, p.185-193].

- 2) Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers, Analysis and Design* (2nd Edition, Prentice Hall, 1997), ger i avsnitt 2.5 följande formler för karakteristiska impedansen, effektiva värdet för relativa permittiviteten, samt spänningsvågens våglängd (λ). Man antar här att övre ledaren tjocklek är t är försumbar (formlerna är avsedda att användas då $\frac{t}{h} < 0,005$). [För originalpublikation om dessa uttryck, se Hammerstad, *Equations for microwave circuit design*, Conference Proceedings, 5th European Microwave Conference, Sept. 1975, p.268-272].

För $\frac{W}{h} \leq 1$:

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \ln \left(8 \frac{h}{W} + 0,25 \frac{W}{h} \right)$$

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0,5} + 0,04 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right]$$

För $\frac{W}{h} \geq 1$:

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \frac{1}{\left[\frac{W}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left(\frac{W}{h} + 1,444 \right) \right]}$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0.5}$$

För $\frac{W}{h} < 0,6$:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[\frac{\varepsilon_r}{1 + 0,6(\varepsilon_r - 1) \left(\frac{W}{h} \right)^{0,0297}} \right]^{0,5}$$

För $\frac{W}{h} \geq 0,6$:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \left[\frac{\varepsilon_r}{1 + 0,63(\varepsilon_r - 1) \left(\frac{W}{h} \right)^{0,1255}} \right]^{0,5}$$

I dessa formler betecknar $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$ våglängden i vakuum.

Vid dimensionering av en mikrostrip har man glädje av formler som visar hur $\frac{W}{h}$ beror av Z_0 och ε_r :

För $\frac{W}{h} \leq 2$:

$$\frac{W}{h} = \frac{8 e^A}{e^{2A} - 2}$$

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\varepsilon_r + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \left(0,23 + \frac{0,11}{\varepsilon_r} \right)$$

För $\frac{W}{h} \geq 2$:

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0,39 - \frac{0,61}{\varepsilon_r} \right] \right\}$$

$$B = \frac{377 \pi}{2 Z_0 \sqrt{\varepsilon_r}}$$

- 3) Formlerna i Gonzalez är approximationer av följande uttryck som bl.a. finns i läroboken av Ulaby & Ravaioli, *Fundamentals of Applied Electromagnetics* (7th Edition, Pearson, 2015), där koefficienterna har avrundats lite jämfört med formlernas originalpublikation [Hammerstad & Jensen, *Accurate models for microstrip computer-aided design*, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 1980, p.407-409].

Jag har ändrat beteckningen på några av parametrarna.

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \ln \left((6 + (2\pi - 6)e^{-c}) \frac{h}{W} + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{h}{W} \right)^2} \right)$$

där den effektiva relativa permittiviteten och hjälpparametrarna a , b och c är

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-a b} \right]$$

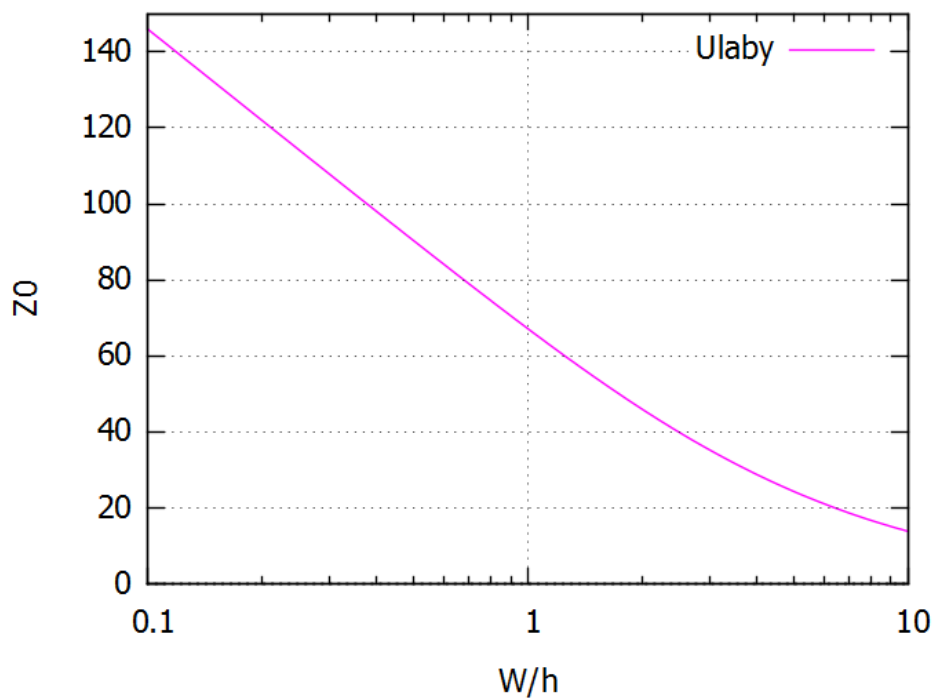
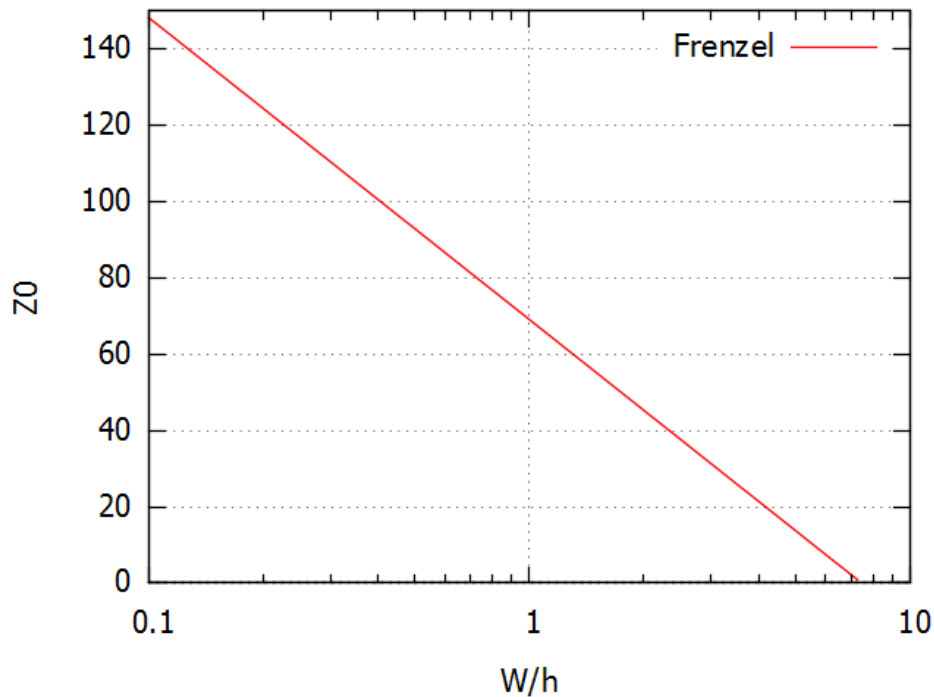
$$a = 0,56 \left(\frac{\varepsilon_r - 0,9}{\varepsilon_r + 3} \right)^{0,05}$$

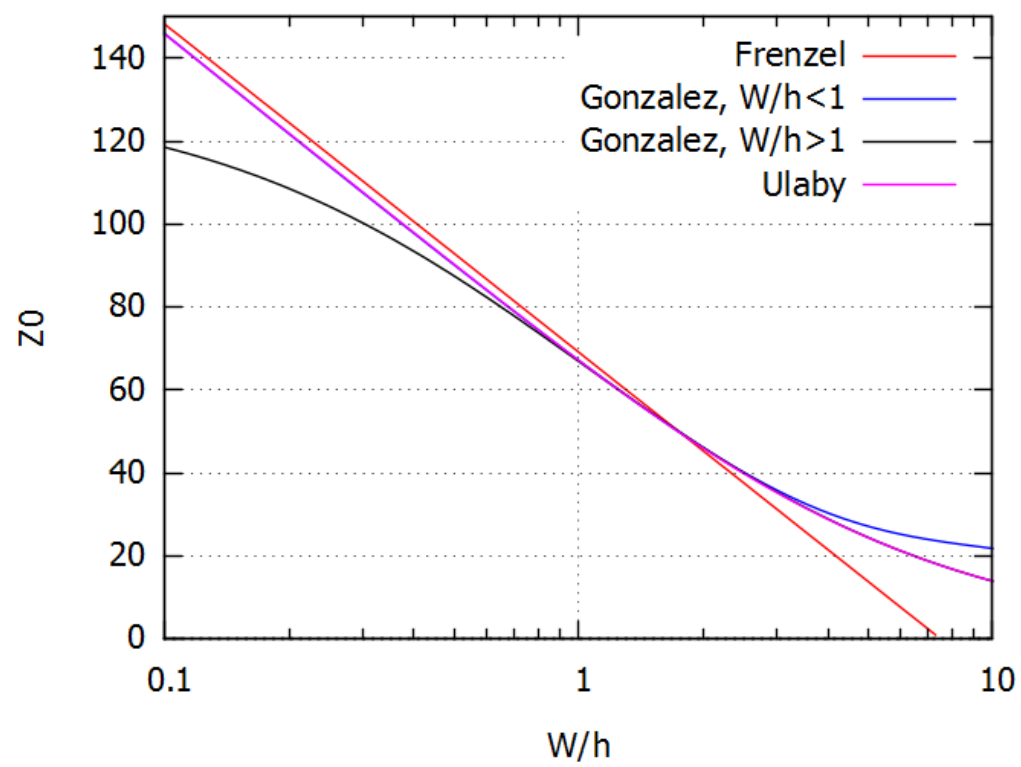
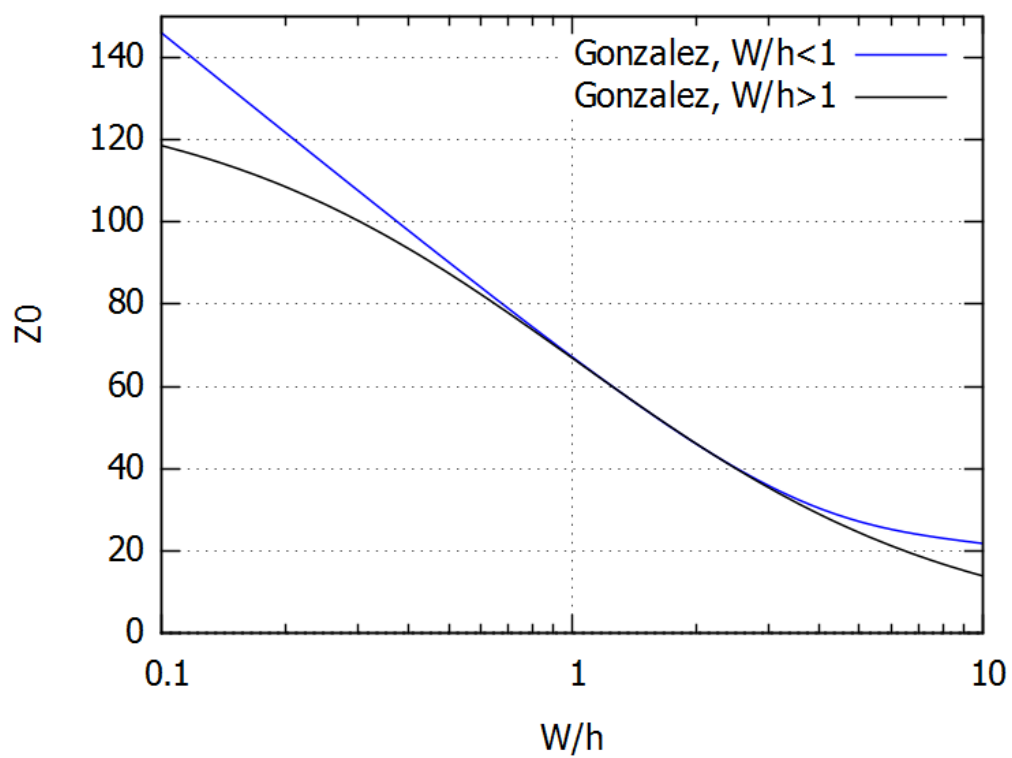
$$b = 1 + 0,02 \ln \left(\frac{\left(\frac{W}{h} \right)^4 + 3,7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{W}{h} \right)^2}{\left(\frac{W}{h} \right)^4 + 0,43} \right) + 0,05 \ln \left(1 + 1,7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{W}{h} \right)^3 \right)$$

$$c = \left(30,67 \frac{h}{W} \right)^{0,75}$$

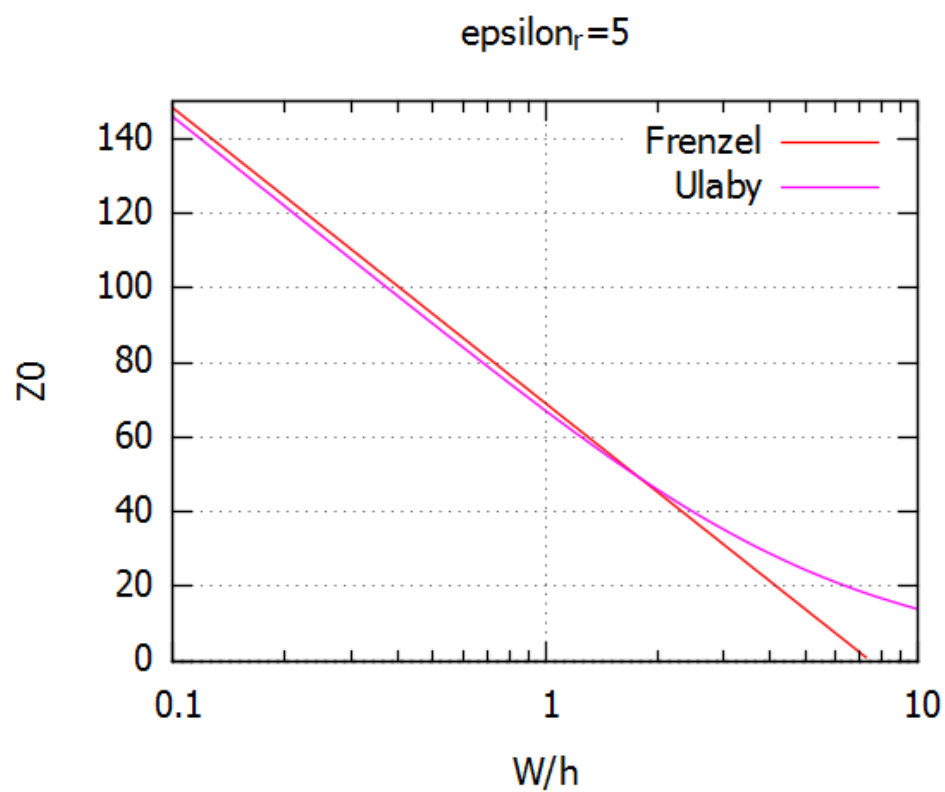
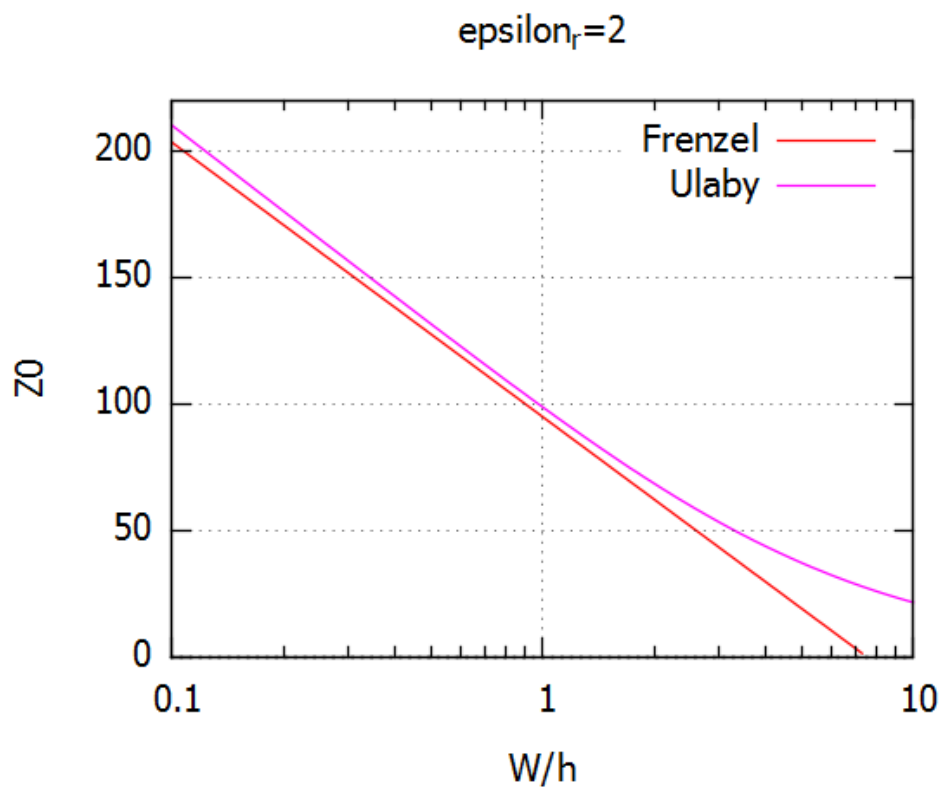
[Anmärkning: c är i detta fall *inte* ljusets fart utan enbart en parameter i formeln för Z_0 .]

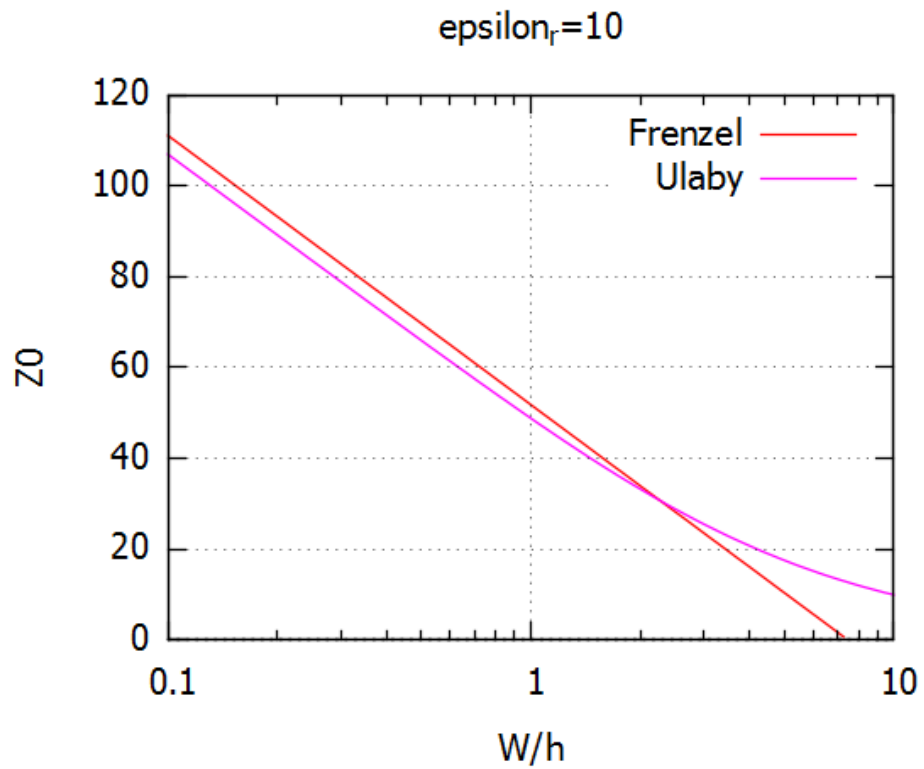
De fyra första figurerna nedan visar grafer av Z_0 som funktion av $\frac{W}{h}$ för de olika beräkningsformlerna. Notera att x -axeln har en logaritmisk skala. Den relativa permittiviteten för substratet har valts till $\epsilon_r = 5$. I figuren som visar samtliga modeller ser man att uttrycken från Gonzalez sammanfaller helt med formeln från Ulaby i respektive parameterintervall (lila linjen täcker helt den svarta linjen ($W/h > 1$) och blåa linjen ($W/h < 1$)), medan formeln från Frenzel följer Ulaby någorlunda väl upp till $\frac{W}{h} \approx 2$.





De tre följande figurerna visar en jämförelse mellan formler från Ulaby resp. Frenzel för fallen $\epsilon_r = 2, 5$ resp. 10.





Varierar man ϵ_r så fås följande kurvskara med uttryck från Ulaby:

