

31/10-2017 Arto Heikkilä

Dispersion av en signal i ett medium med dispersionsrelationen $\omega = c k_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^2$

$$\omega_0 = 0,8\pi, k_0 = 0,8\pi, A = 1, \Delta k = 0,02\pi, c = \frac{\omega_0}{k_0} = 4.$$

Fashastighet $v_{fa,0} = \frac{\omega_0}{k_0} = c = 4$ (fashastigheten för mittkomponenten). Detta är också gruppastigheten för signalen i ett medium utan dispersion.

$$v_{fas} = \frac{\omega}{k} = c \frac{k}{k_0} = 4 \frac{k}{k_0} \text{ för komponenten med vågtalet } k.$$

Gruppastighet $v_{grupp} = 2 \frac{k}{k_0} c = 8 \frac{k}{k_0}$ är 2 gånger fashastigheten, som för $\frac{k}{k_0} = 1$ ger 8, signalen som helhet rör sig snabbare än de enskilda cosinuskomponenterna.

Signalen består av 11 st. cosinusvågor med amplituden A , och vågtal $k = k_0, k_0 \pm \Delta k, \dots, k_0 \pm 5\Delta k$ med tillhörande vinkelfrekvenser.

Blå graf visar signalformen vid tiden noll, röd graf visar signalformen vid senare tidpunkt i ett medium utan dispersion, grön graf visar signalformen vid en senare tidpunkt (samma som röd) i mediet med dispersion.

Noterbart är att signal (som beräknat) rör sig snabbare och formen distorderas i mediet med dispersion.

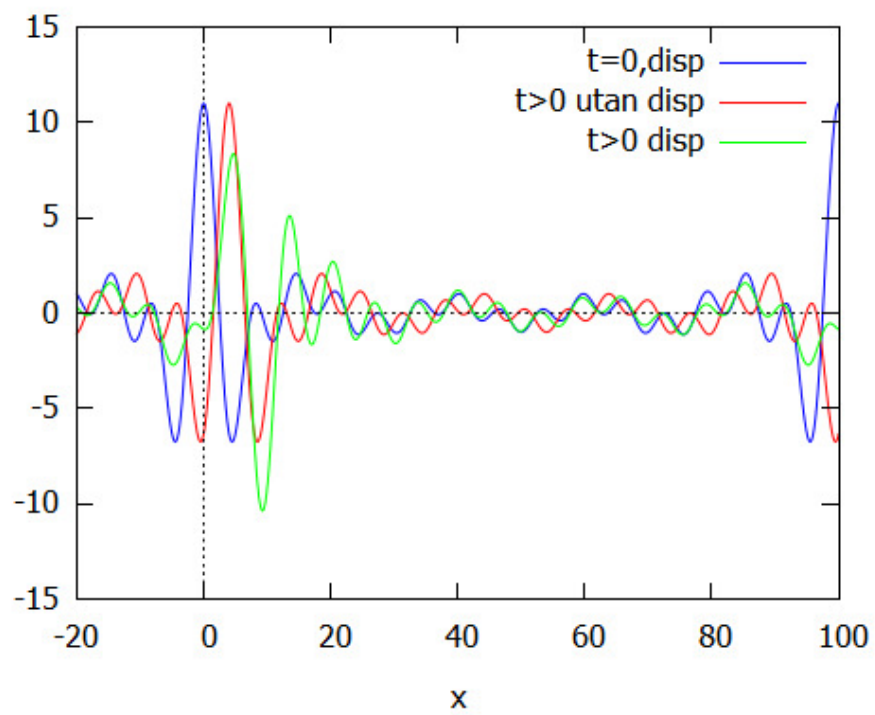


Fig.1 $t=1 \text{ sek}$

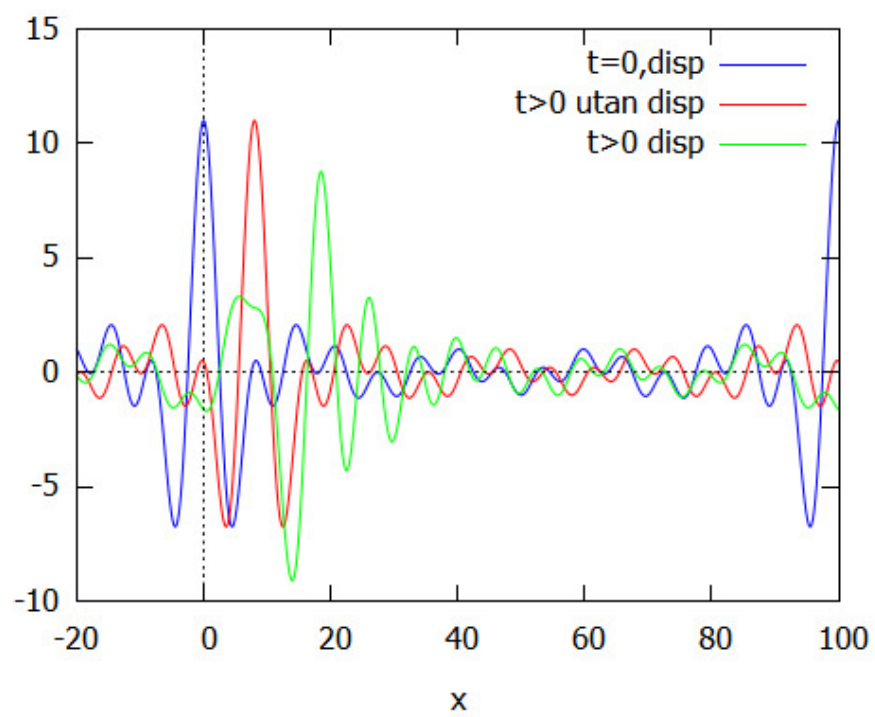


Fig.2 $t=2 \text{ sek}$

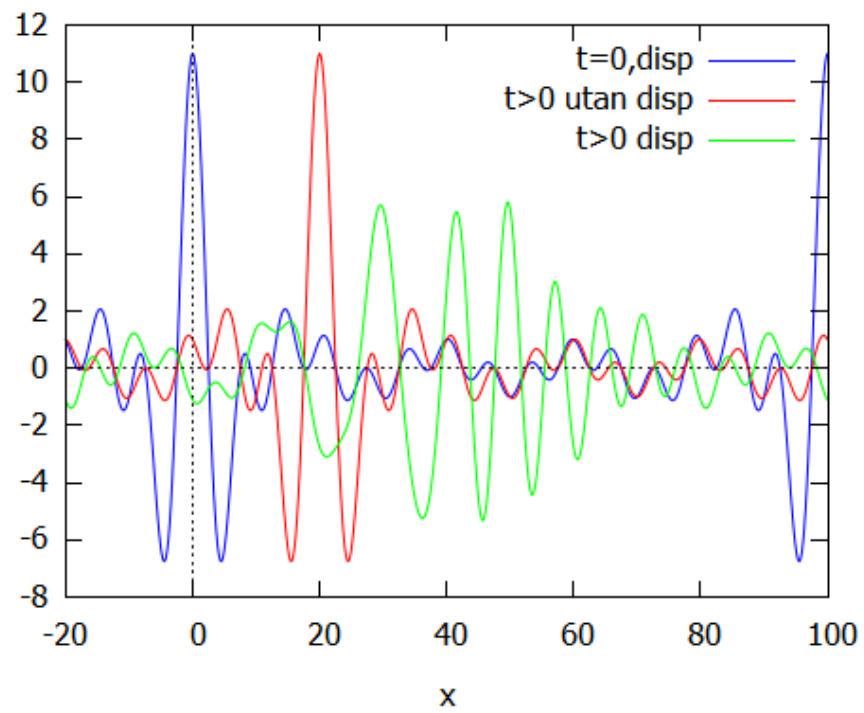


Fig.3 t=5 sek

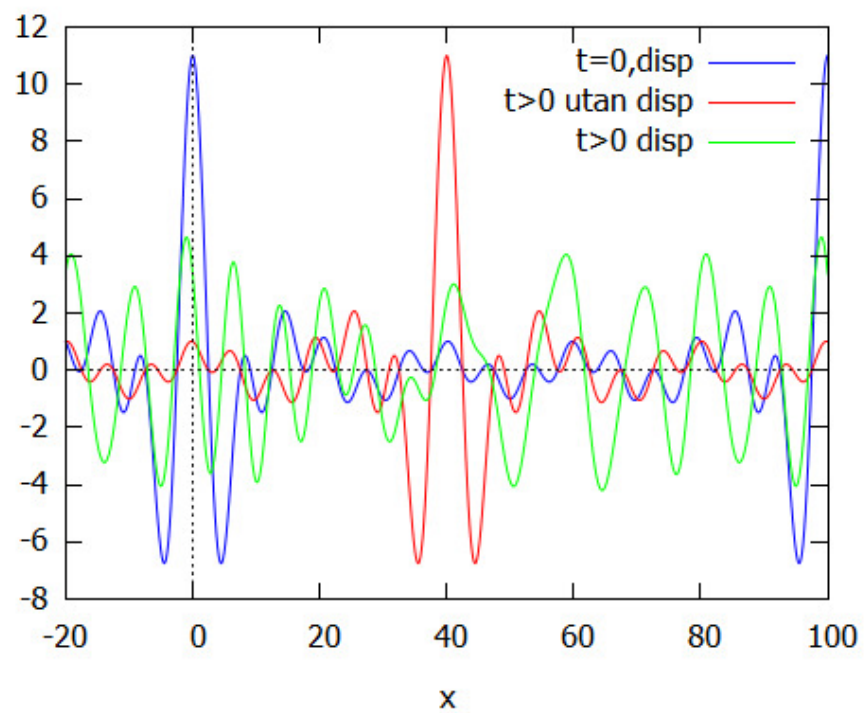


Fig.4 t=10 sek