

Konverteringsformler

$$[Z] = [Y]^{-1}$$

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1}([Z] - [U])$$

$$[Z] = ([U] - [S])^{-1}([U] + [S])$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$$

Mattias Thorsell

1



Table 1: Relations between different twoport parameters.

	Z	Y	T	H	S
Z	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{AD - BC}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{21} = \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{B} & \frac{-AD - BC}{B} \\ \frac{-1}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{12} = \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{21} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ Y_{22} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
T	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{21}} & \frac{-H_{22}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} T_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{12} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{21} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{matrix}$
H	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{AD - BC}{D} \\ \frac{-1}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{21} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
S	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(Z_{11} - 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Z_{12}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{21} = \frac{2Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{22} = \frac{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(1 - Y_{11})(1 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Y_{12}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{21} = \frac{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{22} = \frac{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{A + B - C - D}{A + B + C + D} \\ S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + B + C + D} \\ S_{21} = \frac{A + B + C + D}{A + B + C + D} \\ S_{22} = \frac{-A + B - C + D}{A + B + C + D} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(H_{11} - 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{12} = \frac{2H_{12}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{21} = \frac{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{22} = \frac{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{matrix}$

All elements are normalized to characteristic impedance $Z_0 = 1$

Mattias Thorsell

2



Sammanfattning tvåportar

- Godtyckligt elektriskt nät
- Beskrivs av tvåportsparametrar
- Respons/stimuli kan vara ström och spänning eller vågor
- Tvåportar är specialfall av multiportar
- Olika tvåportsparametrar
 - För ström/spänning: Z, Y, ABCD
 - För vågor: S-parametrar

Mattias Thorsell

3



Föreläsning 5

Reflektionskoefficienter och förstärkningsuttryck

Kapitel 6.2 i Pozar

Mattias Thorsell

4



Senaste föreläsningen

- En elektrisk krets med två portar kan beskrivas med 2x2 matriser (tvåportparametrar)
- Relationen mellan ström/spänning på ingång/utgång beskrivs av Z-, Y-, ABCD-, H-parametrar
- Relationen mellan infallande och reflekterade vågor beskrivs av S-parametrar

Mattias Thorsell

5

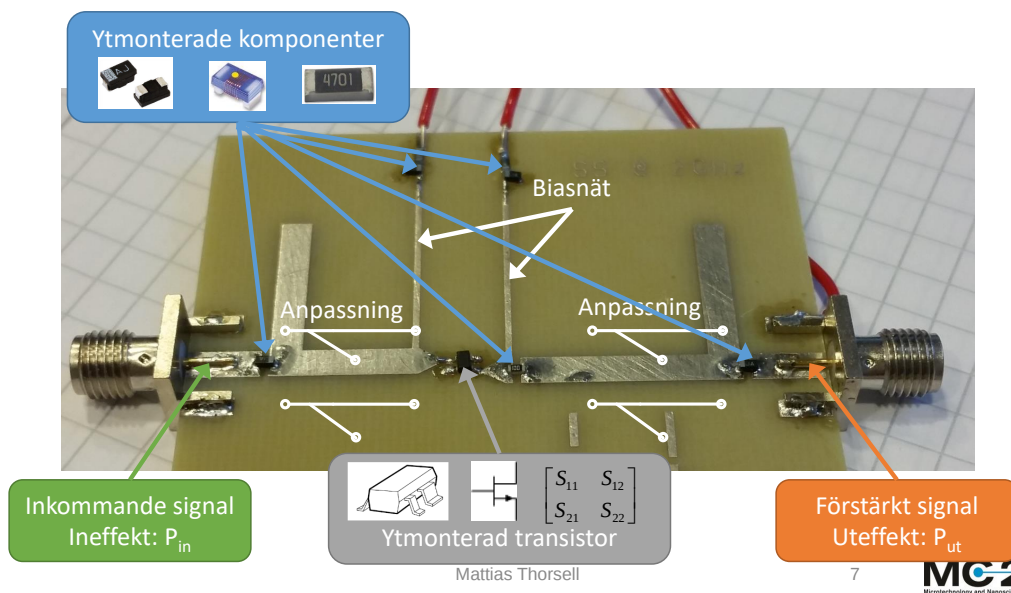
Dagens föreläsning

- Introduktion till förstärkardesign
- Förstärkningsuttryck
- Skillnaden mellan $G_{(P)}$, G_T , och G_A

Mattias Thorsell

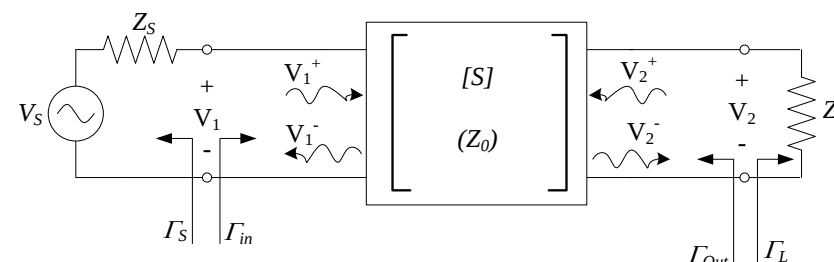
6

Förstärkardesign



7

Reflektionskoefficienter



• Ingångsreflektion: $\Gamma_{in} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \equiv \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$ (6.6a)

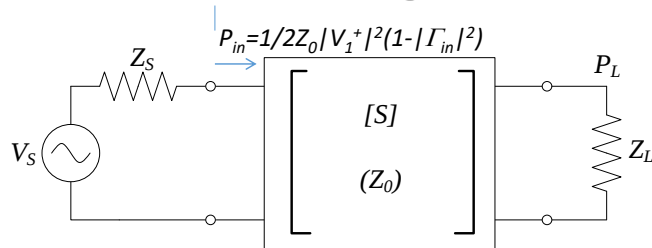
• Utgångsreflektion: $\Gamma_{ut} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \equiv \frac{Z_{ut} - Z_0}{Z_{ut} + Z_0}$ (6.6b)

Reflektionskoefficienterna härleds på tavlan

Mattias Thorsell

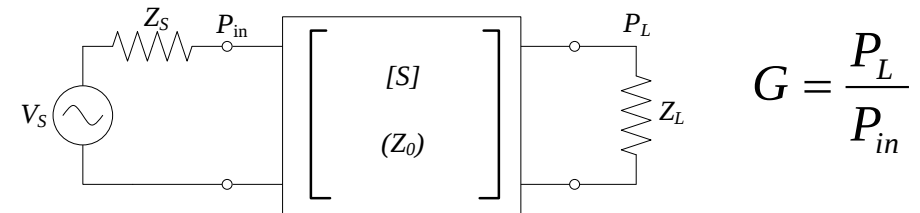
8

Effektförstärkning



- Effektförstärkningen är kvoten av effekt på utgången och effekt på ingången
- Olika definitioner
 - Effektförstärkning (Power gain, G)
 - Tillgänglig förstärkning (Available gain, G_A)
 - Transducer power gain (G_T):

Effektförstärkningen G



$$G = \frac{P_L}{P_{in}}$$

- Effektförstärkning (Power gain, G)
- Förhållande mellan effekt levererad till lasten och effekt levererad in i tvåporten

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

- Oberoende av Z_s !

Ineffekt, uteffekt och effektförstärkning

$$P_{in} = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (6.8)$$

$$P_L = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2 |1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} \quad (6.10)$$

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (6.11)$$

Tillgänglig effekt, P_{AVS} och P_{AVN}

- Maximal effektleverans från källan erhålls då ingången konjugatanpassas mot källimpedansen

- P_{avs} (Power available from source)

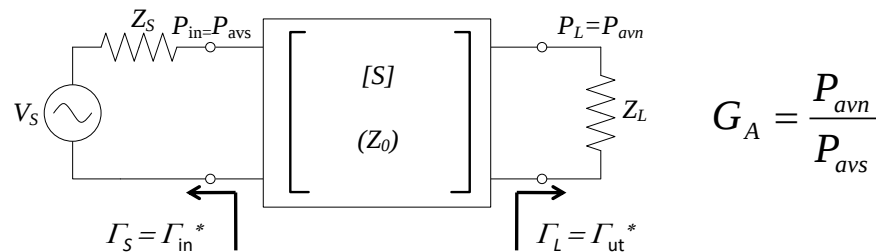
$$P_{avs} = P_{in} \Big|_{\Gamma_{in} = \Gamma_s^*} = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2} \quad (6.12)$$

- Maximal uteffekt fås då utgången konjugatanpassas mot lastimpedansen

- P_{avn} (Power available from network)

$$P_{avn} = P_L \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|S_{21}|^2 |1 - \Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (6.14)$$

Tillgänglig förstärkning, G_A



- Tillgänglig förstärkning (Available gain, G_A)
- Kvoten mellan tillgänglig effekt från tvåporten och tillgänglig effekt från källan

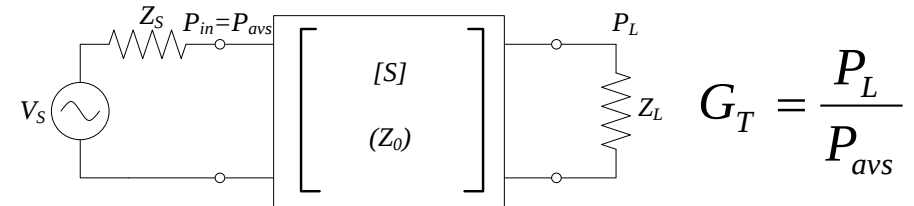
$$G_A = \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)}$$

- Beror på Z_S men inte Z_L

Mattias Thorsell

13

Transducer gain, G_T



- Transducer power gain (G_T)
- Kvoten mellan effekt levererad till lasten och effekt tillgänglig från källan

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

- Beror på Z_S och Z_L
- Vanligaste förstärkningsuttrycket
 - Maximering av $G_T \Rightarrow$ Maximering av levererad effekt till last

Mattias Thorsell

14

Sammanfattning förstärkning

- Effektförstärkning $G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$

- In- och utgång kojugatanpassade ger

$$G_A = \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (6.15)$$

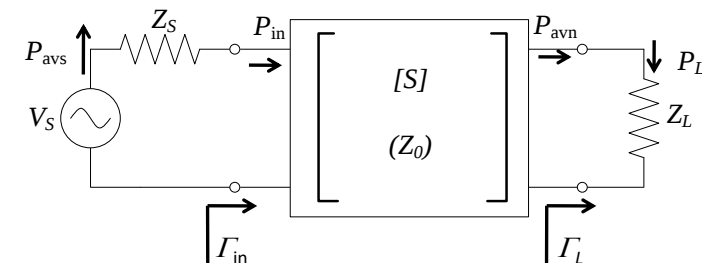
- Konjugatanpassad ingång ger

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (6.16)$$

Mattias Thorsell

15

Förhållande mellan G , G_A , G_T



- $P_{in} \leq P_{avs}$ och $P_L \leq P_{avn}$
- $G_T \leq G$ ty $G = P_L / P_{in}$ och $G_T = P_L / P_{avs}$
- $G_T \leq G_A$ ty $G_T = P_L / P_{avs}$ och $G_A = P_{avn} / P_{avs}$

Mattias Thorsell

16

Varför olika Gain?

- Available gain (G_A): Lågbrusförstärkare
 - Påverkas av ingångsanpassning, oavsett hur utgång är anpassad
- Power gain (G_P): Effektförstärkare
 - Påverkas av utgångsanpassning, oavsett hur ingång är anpassad
- Transducer gain (G_T): Max-gain förstärkare
 - Anpassning av både ingång och utgång

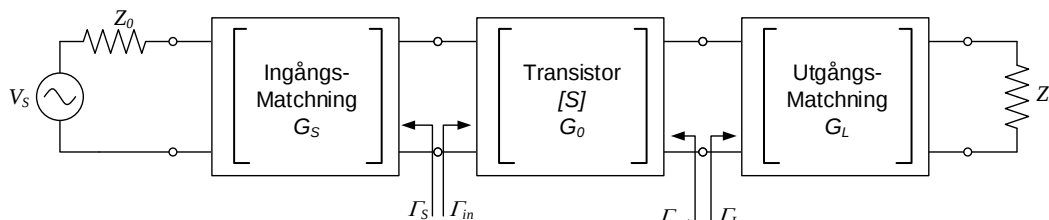
Noll reflektion: $\Gamma_L = \Gamma_S = 0$

- Förstärkningen blir då

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = \underline{\underline{|S_{21}|^2}}$$
- S_{21} anger transistorens "egenförstärkning"
 - Förstärkning i ett 50Ω system utan matchningsnät
 - Kan utläsas ur transistorens datablad
 - Högre förstärkning uppnås genom matchning

Betraktelse av en förstärkare

- En förstärkare är sammansättningen av
 1. Transistor med biaseringsnät (stabilisering)
 2. Anpassningsnät för ingång och utgång



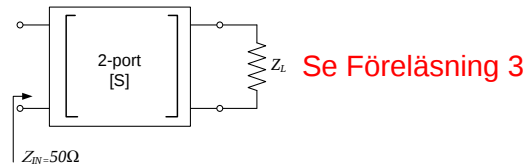
$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = G_S G_0 G_L$$

Förstärkardesign

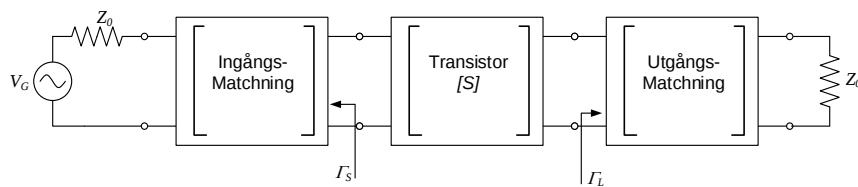
- Välj en arbetspunkt (V_{gg} , V_{dd})
 - Beroende av tillämpning
- Designa biaseringsnät
- Kontrollera stabilitet och stabilisera
- Designa anpassningsnät för transistoren
 - Ingångsnät viktigast för LNA
 - Utgångsnät viktigast för PA

Två fall av anpassning

- Anpassa Z_L till Z_0 (50Ω)



- Anpassa Z_0 (50Ω) till önskad Z_S/Z_L

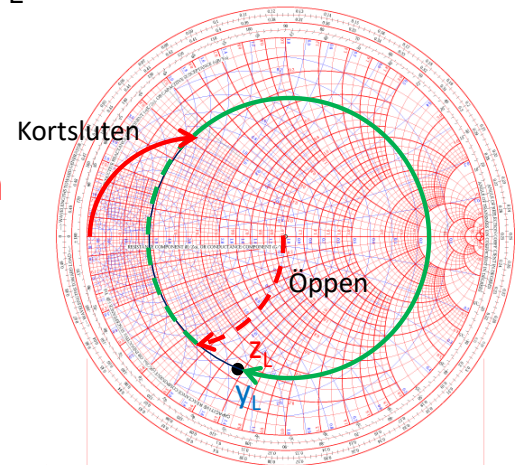


Mattias Thorsell

21

Anpassa Z_0 (50Ω) till Z_L

- Markera z_L (y_L) eller Γ_L
- Rita cirkel med $|\Gamma_L|$
- Skärningspunkterna med $g=1$ cirkeln ger lösning för kortsloten / öppen stubbe
- Rotera från skärningspunkt mot generatoren till z_L för ledningslängden



Mattias Thorsell

22

Övning

- Problem 1 i Förstärkanpassningar
 - Belyser att vi kan räkna på en förstärkare enbart utgående från transistorens S-parametrar utan att beakta transistorens "fysik"

- En mikrovågstransistor har följande S-parametrar uppmätta i ett 50 - ohmsystem:

$$\begin{aligned} S_{11} &= 0,55 \angle -125^\circ \\ S_{12} &= 0 \\ S_{21} &= 3,80 \angle 150^\circ \\ S_{22} &= 0,75 \angle -55^\circ \end{aligned}$$

Parametervärdena gäller för frekvensen 3,0 GHz. Designa stubbanpassningen enligt fritt val på utgångssidan om konjugatanpassning vid 3,0 GHz skall gälla. Substratmaterialet (tjocklek 1,6 mm) har det relativa dielektricitetsstalet $\epsilon_r = 4,0$. Stubbarnas och huvudledningens karakteristiska impedanser är 50 ohm. Mått bör anges i mm.

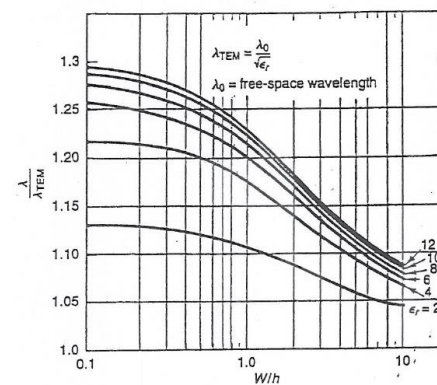
Noggrannheten i måttbestämningen behöver ej vara större än att diagramavläsning kan utnyttjas.

Mattias Thorsell

23

λ och Z_c på PCB

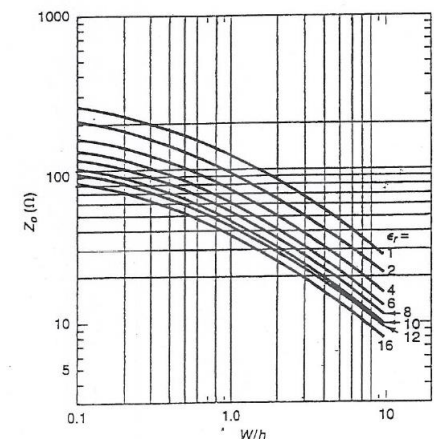
Våglängd



Normalized wavelength of the microstrip line versus W/h.

$$\lambda_0 = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r} f}$$

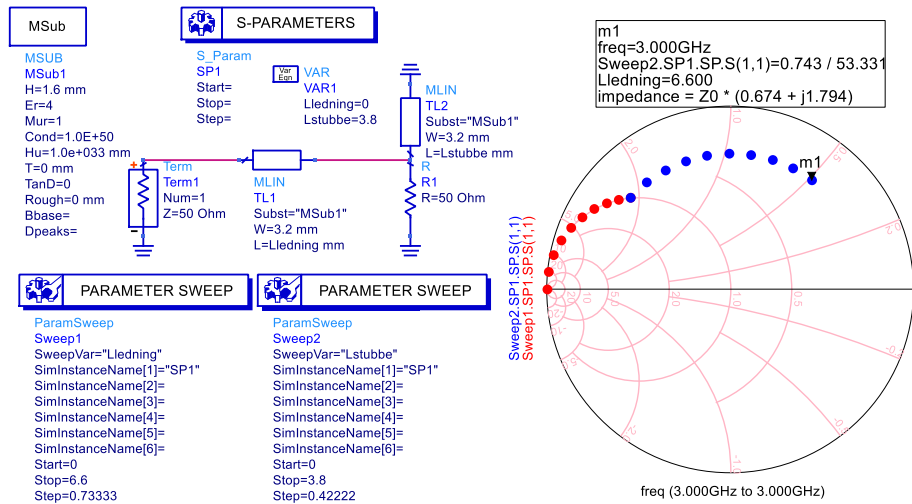
Karaktäristisk impedans



Mattias Thorsell

24

Simulering i ADS



Mattias Thorsell

25

Sammanfattning förstärkning

- Förstärkningsuttryck
 - Available gain (G_A): Lågbrusförstärkare
 - Power gain (G_P): Effektförstärkare
 - Transducer gain (G_T): Max-gain förstärkare
- Förstärkardesign
 - Arbetspunkt
 - Stabilitet
 - Framtagning av anpassningsnät
 - Enbart S-parametrar krävs

Mattias Thorsell

26