

Föreläsning 4: Tvåportar och kretsparametrar

Kapitel 2.3 i Pozar

Senaste föreläsningen

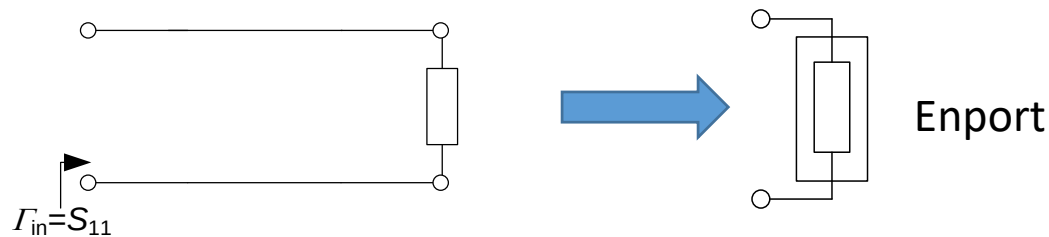
- Smithdiagram
 - Grafisk lösning
 - Direkt konvertering mellan Γ och Z
 - Löser transmissionsledningsekvationerna
 - Mycket använd av mikrovågsingenjörer
- Impedansanpassning
 - Enkelstubbsanpassning
 - Kvartsvågsanpassning
 - Diskret anpassning

Dagens föreläsning

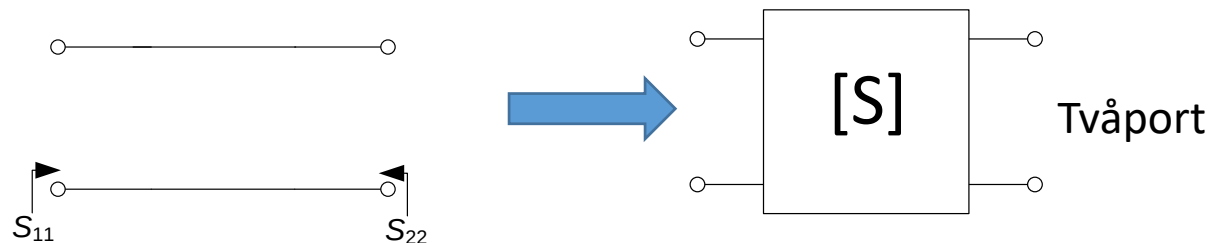
- Teori för analys av elektriska nät
 - Användbar från DC och uppåt
- Tvåportar
 - Matrisrepresentationer
 - Z-, Y-, ABCD-, S-parametrar
 - Transformation mellan tvåportsparametrar

Enport eller tvåport

- Terminerade transmissionsledningar kan beskrivas som enportar

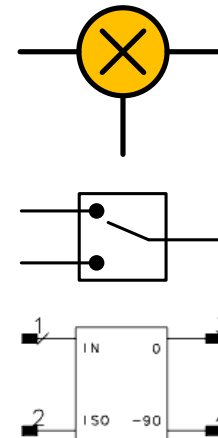


- Ej terminerade transmissionsledningar betraktas som tvåportar



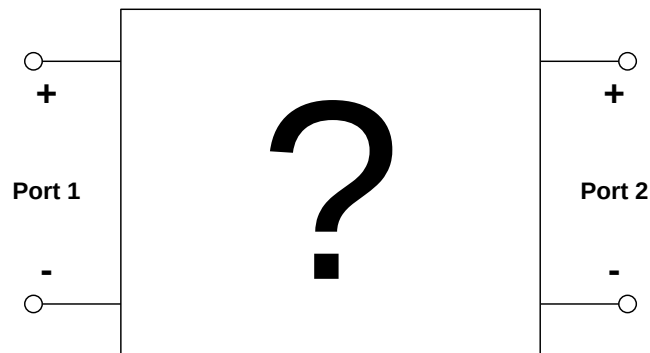
Flerportar

- Kretsar och nät med fler än två portar
 - Blandar
 - Switchar
 - 90° Hybrider / 180° Baluner
 - ...
- Godtyckligt antal portar
- Varje port beskrivs av tillståndsvariabler
 - Portspänning / portström
 - Spänningsvågor
- Tillståndsparametrarna relateras med matrisekvationer



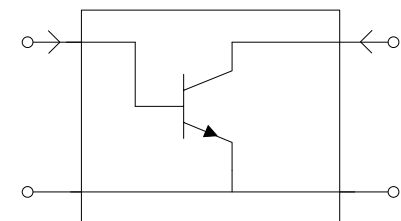
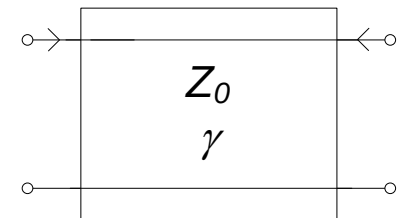
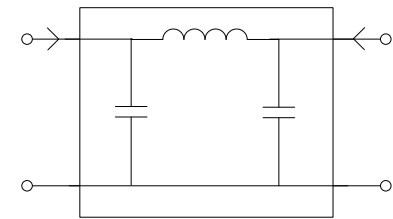
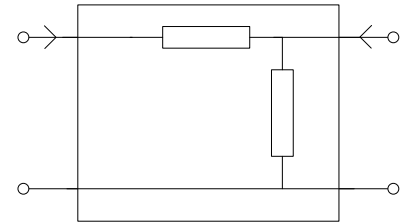
Tvåporten

- Specialfall av flerporten
- Ett godtyckligt elektriskt nät med två portar
- Varje port har två terminaler
 - Positiv och negativ
- Vi räknar inte på högre ordning än tvåportar



Exempel på tvåportar

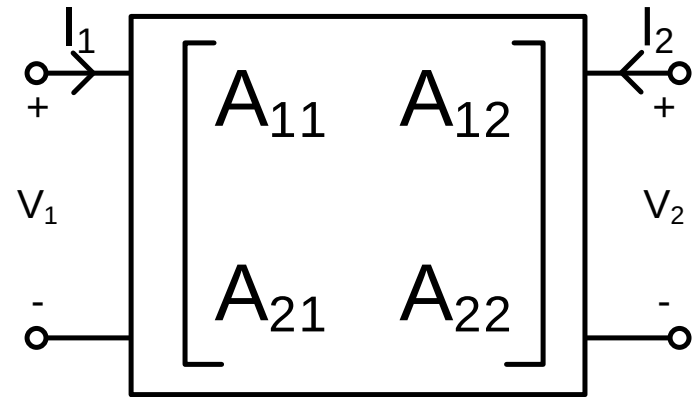
- Matchningsnät:
- Filter
- Transmissionsledning
- Aktivt element (transistor)



Ström/spänningsparametrar

- Tillståndsp parametrar

- Strömmen **in** i porten (I_1, I_2)
- Portspänningen (V_1, V_2)
- Utgör stimulus och respons

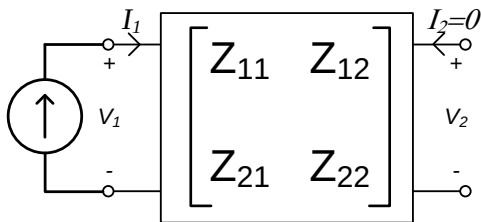


- Fyra olika ström/spänningsparametrar används

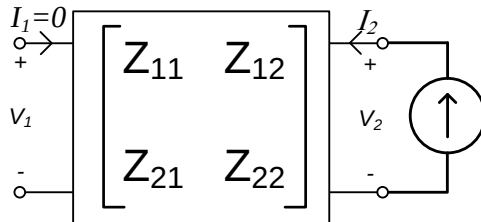
- Impedans (Z)
- Admittans (Y)
- Kaskad (ABCD)
- *Hybrid* (H)

Impedansparametrar (Z)

- Stimulus: Ström $\mathbf{I} = [I_1, I_2]$
- Respons: Spänning $\mathbf{V} = [V_1, V_2]$
- Z_{11} och Z_{22} är in- och utimpedans när motsatt port är öppen
- Z_{12} och Z_{21} är transimpedanser



$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

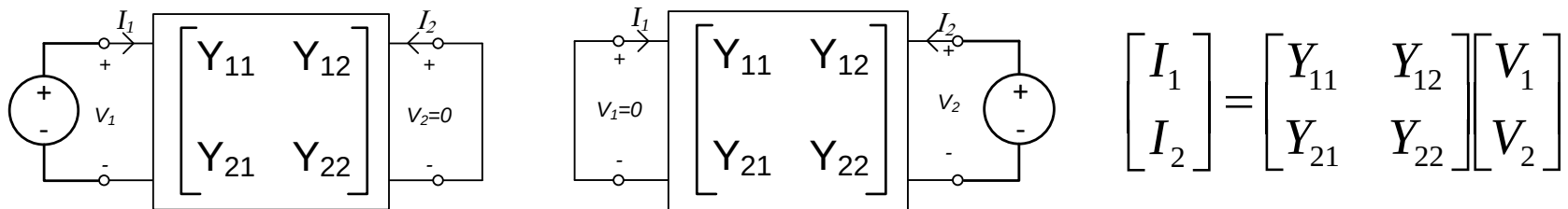


$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Admittansparametrar (Y)

- Stimulus: Spänning $\mathbf{V} = [V_1, V_2]$
- Respons: Ström $\mathbf{I} = [I_1, I_2]$
- Y_{11} och Y_{22} är in- och utadmittans när motsatt port är kortsluten
- Y_{12} och Y_{21} är transadmittanser



$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

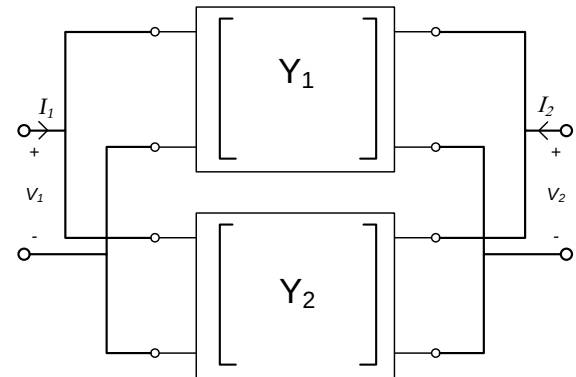
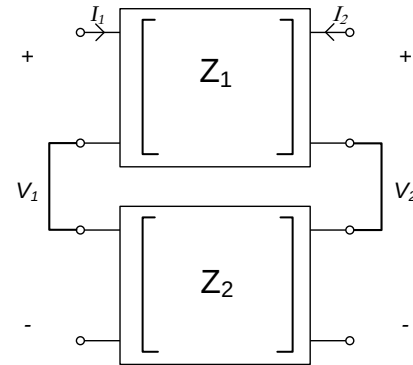
Serie och parallellkoppling

- Impedansparametrar **[Z]** används vid seriekoppling av tvåportar

$$Z = Z_1 + Z_2$$

- Admittansparametrar **[Y]** används vid parallellkoppling av tvåportar

$$Y = Y_1 + Y_2$$



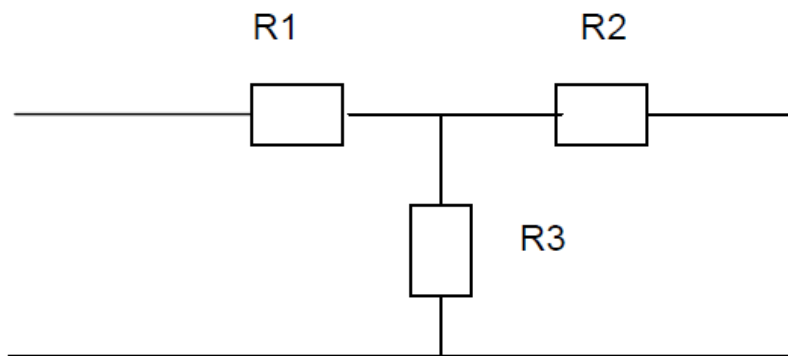
Reciprok och förlustfri

- Reciprok två-port
 - $[Z]$ och $[Y]$ är symmetriska
 - $Z_{12}=Z_{21}$, $Y_{12}=Y_{21}$
- Förlustfri två-port
 - $[Z]$ och $[Y]$ rent imaginära
- Reciprok innebär inte att kretsen är symmetrisk

Övning

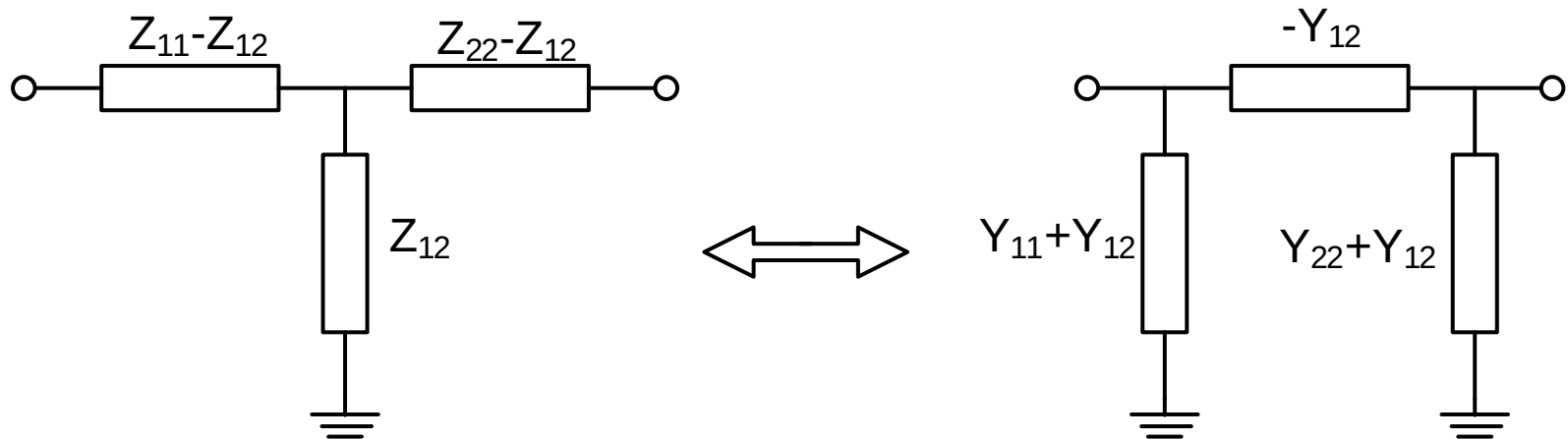
1. För T nätet i figuren gäller:

$$R1 = 10 \, \Omega \quad R2 = 60 \, \Omega \quad R3 = 40 \, \Omega$$



- a) Beräkna tomgångs- och kortslutningsimpedans sett från vänstersidan.
- b) Beräkna tomgångs- och kortslutningsimpedans sett från högersidan.
- c) Bestäm Z-parametrarna för tvåporten.
- d) Bestäm Y-parametrarna för tvåporten.
- e) Beräkna resistanserna för fyrpolens ekvivalenta π -länk.

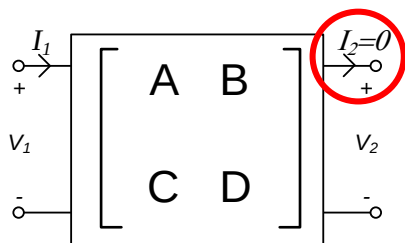
Ekvivalenta nät för $[Z]$ och $[Y]$



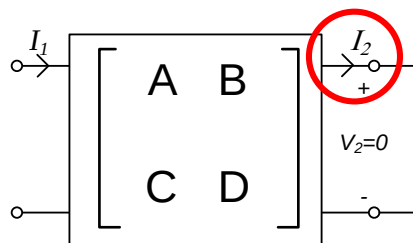
- T-nät ges direkt av Impedansmatrisen
- Pi-nät ges direkt av Admittansmatrisen
- Z och Y är inversen av varandra,
 - $[Z]=[Y]^{-1}$ och $[Y]=[Z]^{-1}$

Kaskadparametrar (ABCD)

- Stimulus: Tillstånd på utgången $[V_2, I_2]$
- Respons: Tillstånd på ingången $[V_1, I_1]$
- A och D motsvarar förstärkning
- B och C har dimensionerna impedans respektive admittans



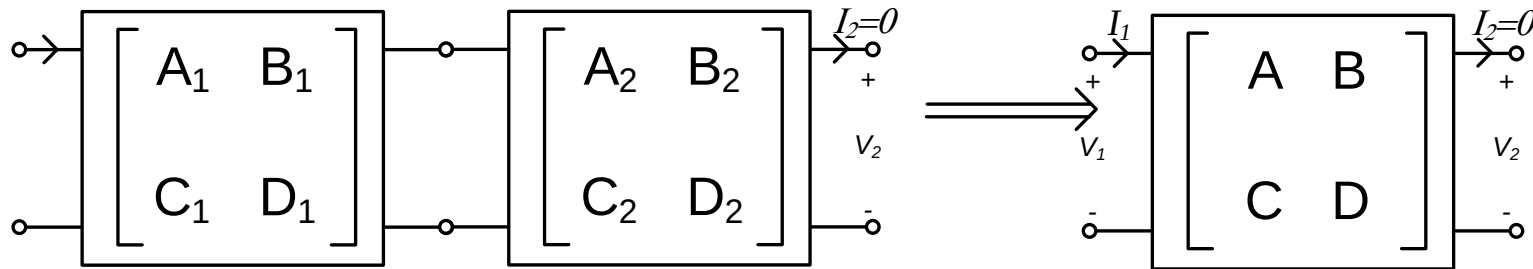
$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



$$B = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} \quad D = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

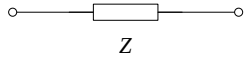
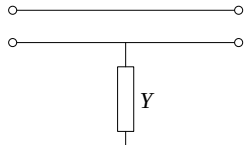
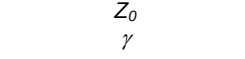
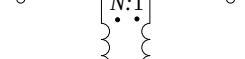
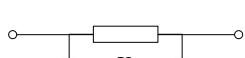
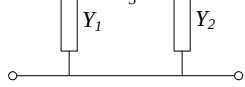
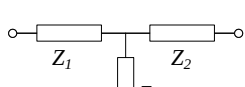
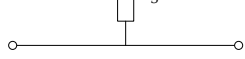
Multiplikation av kaskadmatriser



- Vid sammankoppling av två eller flera tvåportar fås kaskadmatrisen för den resulterande tvåporten genom multiplikation av kaskadmatriserna för de ingående tvåportarna

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

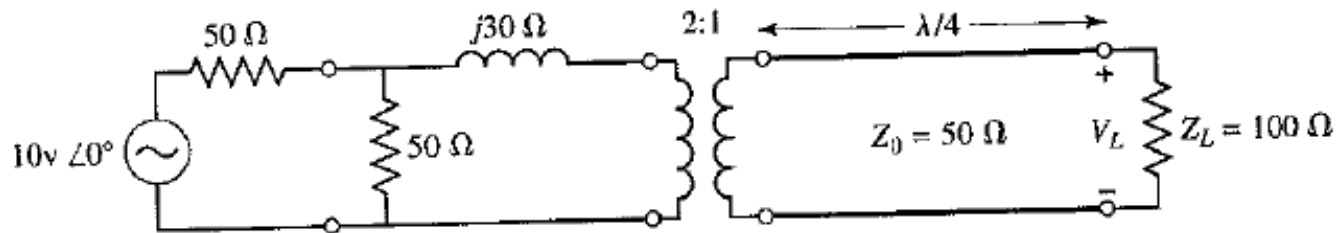
Kaskadparametrar

Krets	Kaskadparametrar	
 Z	$A=1$	$B=Z$
 Y	$C=0$	$D=1$
 Z_0	$A=1$	$B=0$
 Y	$C=Y$	$D=1$
 Z_0 γ	$A=\cos\beta l$	$B=jZ_0\sin\beta l$
 Z_0 γ	$C=jY_0\sin\beta l$	$D=\cos\beta l$
 $N:1$	$A=N$	$B=0$
 $N:1$	$C=0$	$D=\frac{1}{N}$
 Y_1 Y_2 Y_3	$A=1+\frac{Y_2}{Y_3}$	$B=\frac{1}{Y_3}$
 Y_1 Y_2 Y_3	$C=Y_1+Y_2+\frac{Y_1Y_2}{Y_3}$	$D=1+\frac{Y_1}{Y_3}$
 Z_1 Z_2 Z_3	$A=1+\frac{Z_1}{Z_3}$	$B=Y_1+Y_2+\frac{Z_1Z_2}{Z_3}$
 Z_1 Z_2 Z_3	$C=\frac{1}{Z_3}$	$D=1+\frac{Z_2}{Z_3}$

Övning

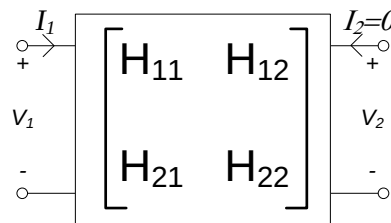
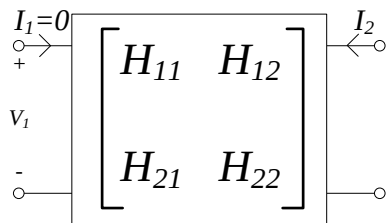
- Löser Pozar 2.20 på tavlan

2.20 Use $ABCD$ matrices to find the voltage V_L across the load resistor in the circuit shown below.



Hybridparametrar (H)

- Stimulus: $[I_1, V_2]$
- Respons: $[V_1, I_2]$
- H_{11} och H_{22} är inimpedans och utadmittans
- H_{12} och H_{21} är spänning-, ström-förstärkning
- $\beta = H_{21}$ för bipolära transistorer



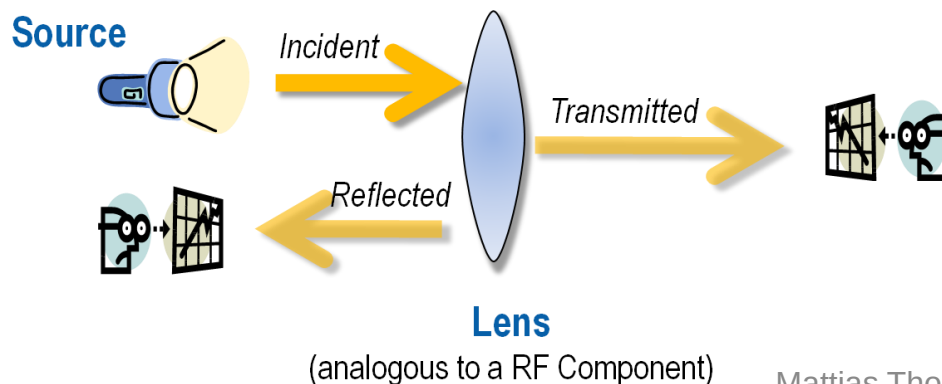
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad H_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad H_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad H_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

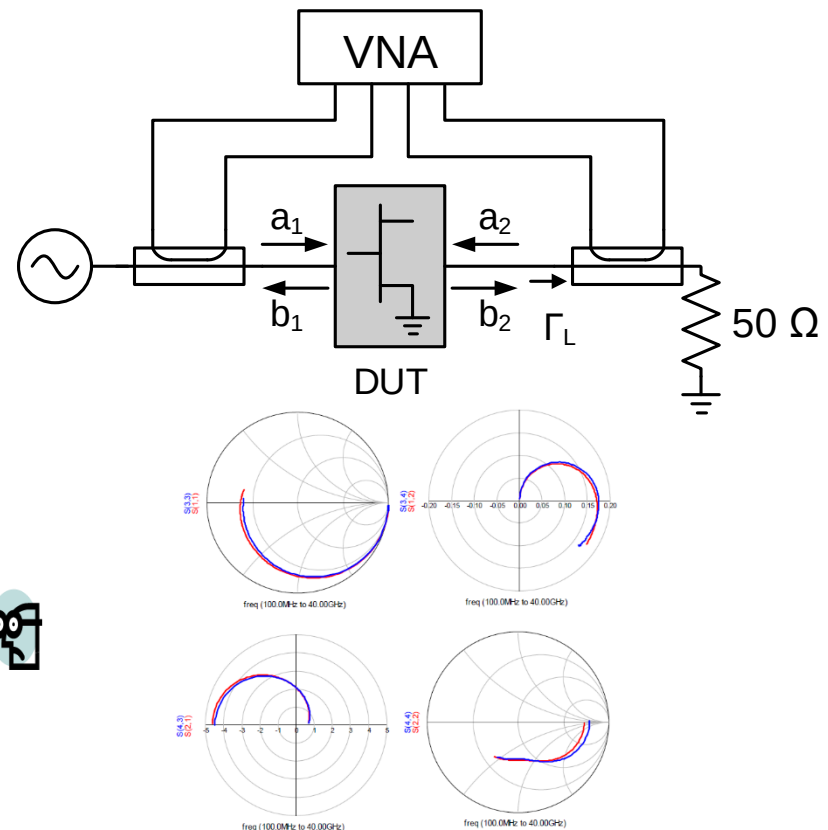
Spridningsparametrar

- Tillståndsparmetrar
 - Inkommande vågor (V_1^+ , V_2^+)
 - Reflekterade/transmitterade vågor (V_1^- , V_2^-)
 - Utgör stimulus och respons
- Spridningsparametrar har en optisk analogi

Incident (constant) = Transmitted + Reflected

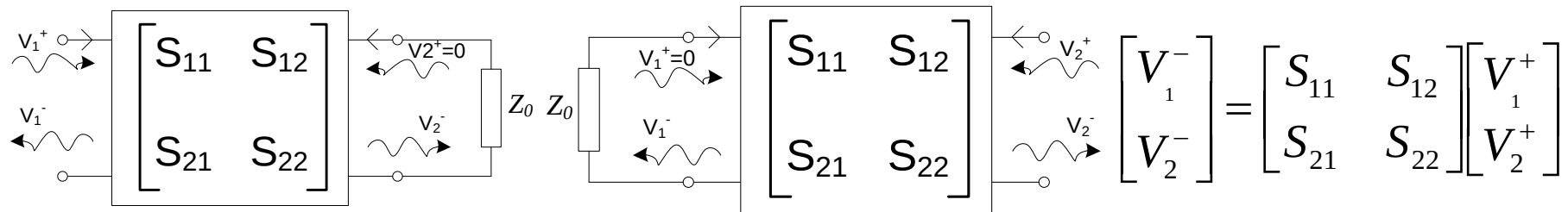


- Mäts med en VNA



Spridningsparametrar (S)

- Stimulus: Inkommande vågor $[V_1^+, V_2^+]$
- Respons: Utgående vågor $[V_1^-, V_2^-]$
- S_{11} och S_{22} är in- och utgångsreflektionsfaktor
- S_{12} och S_{21} är transmissionen
- För en passiv tvåport så gäller $S_{12}=S_{21}$

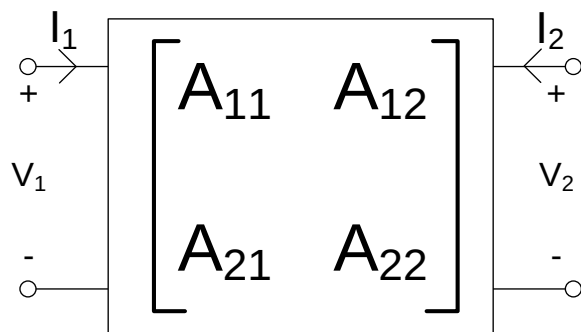


$$S_{11} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} \quad S_{21} = \left. \frac{V_2^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} \quad S_{12} = \left. \frac{V_1^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0} \quad S_{22} = \left. \frac{V_2^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0}$$

Tvåportsparametrar

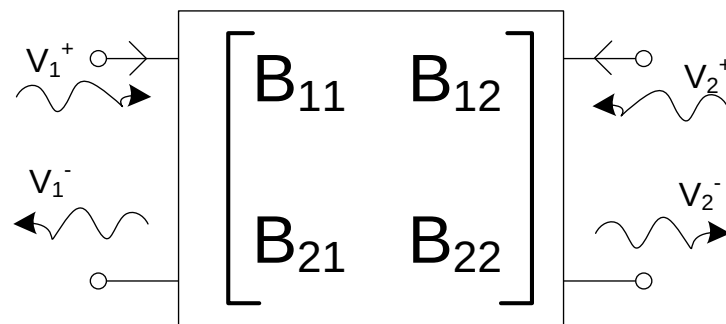
Ström/spännings parametrar

- Tillståndsparametrar: ström/spänning $\{V_1, V_2, I_1, I_2\}$
- Impedansparametrar $Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j} \bigg|_{I_{k,k \neq j}=0}$



Vågparametrar

- Tillståndsparametrar infallande/utgående vågor $\{V_1^+, V_2^+, V_1^-, V_2^-\}$
- Spridningsparametrar $S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+} \bigg|_{V_{k,k \neq j}^+=0}$



Vid mikrovågsfrekvenser är ström-spänning svårt att mäta, därför mäts istället spridningsparametrar, vars amplitud och fas kan mätas med en så kallad nätverksanalysator

Konverteringsformler

$$[Z] = [Y]^{-1}$$

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1} ([Z] - [U])$$

$$[Z] = ([U] - [S])^{-1} ([U] + [S])$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$$

Table 1: Relations between different twoport parameters.

	Z	Y	T	H	S
Z	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{AD - BC}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{21} = \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{B} & \frac{-AD - BC}{B} \\ \frac{-1}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{12} = \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{21} = \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{22} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
T	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{21}} & \frac{-H_{22}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} T_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{12} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{21} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{matrix}$
H	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{AD - BC}{D} \\ \frac{-1}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{21} = \frac{-2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \end{matrix}$
S	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(Z_{11} - 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Z_{12}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{21} = \frac{2Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{22} = \frac{(Z_{11} + 1)(Z_{22} - 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(1 - Y_{11})(1 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Y_{12}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{21} = \frac{-2Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{22} = \frac{(1 + Y_{11})(1 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{A + B - C - D}{A + B + C + D} \\ S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + B + C + D} \\ S_{21} = \frac{2}{A + B + C + D} \\ S_{22} = \frac{-A + B - C + D}{A + B + C + D} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} = \frac{(H_{11} - 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{12} = \frac{2H_{12}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{21} = \frac{-2H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{22} = \frac{(H_{11} + 1)(H_{22} - 1) + H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{matrix}$

All elements are normalized to characteristic impedance $Z_0 = 1$

Sammanfattning tvåportar

- Godtyckligt elektriskt nät
- Beskrivs av tvåportsparametrar
- Respons/stimuli kan vara ström och spänning eller vågor
- Tvåportar är specialfall av multiportar
- Olika tvåportsparametrar
 - För ström/spänning: Z, Y, ABCD
 - För vågor: S-parametrar