

LET271–Elektriska mätsystem och mätmetoder

Formelsamling

2016-LP3

Resistans i ledare

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad \text{där } \rho = 1,67 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m för koppar.}$$

Wheatstonebrygga

Kvartsbrygga:
$$U_b = \frac{dR}{4R + 2dR} U \approx \frac{dR}{4R} U \quad \text{då } dR \ll R.$$

Halvbrygga:
$$U_b \approx \frac{dR}{2R} U \quad \text{då } dR \ll R.$$

Helbrygga:
$$U_b \approx \frac{dR}{R} U \quad \text{då } dR \ll R.$$

Motståndstermometer

$$R = R_0(1 + \gamma T),$$

där T är temperaturen i $^{\circ}\text{C}$ och där $\gamma = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ för platina, $\gamma = 6,75 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ för nickel och $\gamma = 4,33 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ för koppar.

Termoelement

$$U = E_{AB}(T_2 \rightarrow T_1) = E_{AB}(T_2 \rightarrow 0^{\circ}) - E_{AB}(T_1 \rightarrow 0^{\circ}).$$

Töjningsgivare

$$\varepsilon = \frac{dL}{L}, \quad \Delta = \frac{dR}{R}, \quad k = \frac{\Delta}{\varepsilon}.$$

Förstärkning

$$F = \frac{U_{\text{ut}}}{U_{\text{in}}}.$$
$$F = 20 \log_{10} \left| \frac{U_{\text{ut}}}{U_{\text{in}}} \right| \text{ dB.}$$

Instrumentförstärkare

$$U_{\text{ut}} = F_{\text{NM}} U_{\text{NM}} + F_{\text{CM}} U_{\text{CM}}, \quad \text{där } U_{\text{NM}} = U_+ - U_- \quad \text{och} \quad U_{\text{CM}} = \frac{U_+ + U_-}{2}.$$

$$\text{CMRR} = \frac{F_{\text{NM}}}{F_{\text{CM}}}.$$

$$\text{CMRR} = 20 \log_{10} \left| \frac{F_{\text{NM}}}{F_{\text{CM}}} \right| \text{ dB.}$$

AD-omvandlare

$$\Delta U = \frac{U_{\text{ref}}}{2^n}.$$

$$D_{\text{ut}} = \left\lfloor \frac{U_{\text{in}}}{\Delta U} \right\rfloor, \text{ där } \lfloor \cdot \rfloor \text{ betyder avrundning.}$$

$$U_{\text{in}} \in D_{\text{ut}} \Delta U \pm \frac{1}{2} \Delta U.$$

Frekvensanalys (kontinuerliga signaler)

Tidskontinuerlig Fourierserie: $X(k) = c_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$

Tidskontinuerlig Fouriertransform: $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \omega = 2\pi f.$

Frekvensanalys (diskreta signaler)

Tidsdiskret Fourierserie: $X(k) = c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\Omega_0 n}, \quad \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}.$

Tidsdiskret Fouriertransform: $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}, \quad \Omega = \frac{2\pi f}{f_s}.$

Diskret Fouriertransform: $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\Omega_0 n}, \quad \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}, \quad \Delta f = \frac{f_s}{N}.$

Stokastiska variabler (tidskontinuerliga signaler)

Väntevärde: $\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

Varians: $\sigma^2 = \text{Var}[X] = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$

SNR: $\text{SNR} = \frac{\mu}{\sigma}$

Medelvärdesbildning: $\sigma_Y = \frac{\sigma_X}{\sqrt{N}}.$

Punktskattning

Skattat (aritmetiskt) medelvärde: $\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

Skattad varians: $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{\mu})^2$

Databehandling

Polynom: $f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots$

Minstakvadratmetoden: $C = (A^T A)^{-1} A^T M$, där

$$C = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad M = \begin{bmatrix} y_1^m \\ y_2^m \\ y_3^m \\ \vdots \end{bmatrix}.$$

Mätosäkerheten

Mätvärde: $\hat{y} \pm u(y)$ där $u^2(y) = \sum_i u_i^2(y)$ är den totala variansen.

Typ A-osäkerhet: $u_A = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$, där $\hat{\sigma}$ är den uppskattade standardavvikelsen och N är antalet medelsvärdesbildningar.

Typ B-osäkerhet: $u_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta x$, där Δx är de säkra gränserna i en uniform fördelning.

Sammanfattad osäkerhet: $u(y) = \sqrt{\sum_i c_i^2 u^2(x_i)}$, om $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, där $u(x_i)$ betecknar osäkerheten för x_i och där $c_i = \left. \frac{df}{dx_i} \right|_{x_i=\hat{x}_i}$ betecknar känslighetskoefficienten för x_i .

Störningar i mätsystem

Johnsonbrus: $e_N = \sqrt{4kTRB}$, där $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Dynamiska egenskaper (1:a ordningens lågpasfilter)

Överföringsfunktion: $H(s) = \frac{1}{s\tau_0 + 1}$.

Bandbredd: $B = \frac{1}{2\pi\tau_0}$ Hz.

Stigtid: $t_r \approx 2,2 \cdot \tau_0 \approx \frac{0,35}{B}$.

Total stigtid: $t_{r,\text{tot}} = \sqrt{t_{r,1}^2 + t_{r,2}^2 + t_{r,3}^2 + \dots}$

Dynamiska egenskaper (2:a ordningens lågpasfilter)

$H(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1}$, där ω_0 är den odämpade egenfrekvensen och ξ är dämpningsfaktorn.

Termoelementstabell, typ-T

Nedan följer en tabell över termoemk:n (i mV) för ett termoelement av typ T. Typ T består av koppar-konstantan¹ och används i intervallet -260 C till 390 C.

°C	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
-260	-6,258	-6,256	-6,255	-6,253	-6,251	-6,248	-6,245	-6,242	-6,239	-6,236
-250	-6,232	-6,228	-6,223	-6,219	-6,214	-6,209	-6,204	-6,198	-6,193	-6,187
-240	-6,180	-6,174	-6,167	-6,160	-6,153	-6,146	-6,138	-6,130	-6,122	-6,114
-230	-6,105	-6,096	-6,087	-6,078	-6,068	-6,059	-6,049	-6,038	-6,028	-6,017
-220	-6,007	-5,996	-5,985	-5,973	-5,962	-5,950	-5,938	-5,926	-5,914	-5,901
-210	-5,888	-5,876	-5,863	-5,850	-5,836	-5,823	-5,809	-5,795	-5,782	-5,767
-200	-5,753	-7,739	-5,724	-5,710	-5,695	-5,680	-5,665	-5,650	-5,634	-5,619
-190	-5,603	-5,587	-5,571	-5,555	-5,539	-5,523	-5,506	-5,489	-5,473	-5,456
-180	-5,439	-5,421	-5,404	-5,387	-5,369	-5,351	-5,334	-5,316	-5,297	-5,279
-170	-5,261	-5,242	-5,224	-5,205	-5,186	-5,167	-5,148	-5,128	-5,109	-5,089
-160	-5,070	-5,050	-5,030	-5,010	-4,989	-4,969	-4,949	-4,928	-4,907	-4,886
-150	-4,865	-4,844	-4,823	-4,802	-4,780	-4,759	-4,737	-4,715	-4,693	-4,671
-140	-4,648	-4,626	-4,604	-4,581	-4,558	-4,535	-4,512	-4,489	-4,466	-4,443
-130	-4,419	-4,395	-4,372	-4,348	-4,324	-4,300	-4,275	-4,251	-4,226	-4,202
-120	-4,177	-4,152	-4,127	-4,102	-4,077	-4,052	-4,026	-4,000	-3,975	-3,949
-110	-3,923	-3,897	-3,871	-3,844	-3,818	-3,791	-3,765	-3,738	-3,711	-3,684
-100	-3,657	-3,629	-3,602	-3,574	-3,547	-3,519	-3,491	-3,463	-3,435	-3,407
-90	-3,379	-3,350	-3,322	-3,293	-3,264	-3,235	-3,206	-3,177	-3,148	-3,118
-80	-3,089	-3,059	-3,030	-3,000	-2,970	-2,940	-2,910	-2,879	-2,849	-2,818
-70	-2,788	-2,757	-2,726	-2,695	-2,664	-2,633	-2,602	-2,571	-2,539	-2,507
-60	-2,476	-2,444	-2,412	-2,380	-2,348	-2,316	-2,283	-2,251	-2,218	-2,186
-50	-2,153	-2,120	-2,087	-2,054	-2,021	-1,987	-1,954	-1,920	-1,887	-1,853
-40	-1,819	-1,785	-1,751	-1,717	-1,683	-1,648	-1,614	-1,579	-1,545	-1,510
-30	-1,475	-1,440	-1,405	-1,370	-1,335	-1,299	-1,264	-1,228	-1,192	-1,157
-20	-1,121	-1,085	-1,049	-1,013	-0,976	-0,940	-0,904	-0,867	-0,830	-0,794
-10	-0,757	-0,720	-0,683	-0,646	-0,608	-0,571	-0,534	-0,496	-0,459	-0,421
0	-0,383	-0,345	-0,307	-0,269	-0,231	-0,193	-0,154	-0,116	-0,077	-0,039

°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,000	0,039	0,078	0,117	0,156	0,195	0,234	0,273	0,312	0,352
10	0,391	0,431	0,470	0,510	0,549	0,589	0,629	0,669	0,709	0,749
20	0,790	0,830	0,870	0,911	0,951	0,992	1,033	1,074	1,114	1,155
30	1,196	1,238	1,279	1,320	1,362	1,403	1,445	1,486	1,528	1,570
40	1,612	1,654	1,696	1,738	1,780	1,823	1,865	1,908	1,950	1,993
50	2,036	2,079	2,122	2,165	2,208	2,251	2,294	2,338	2,381	2,425
60	2,468	2,512	2,556	2,600	2,643	2,687	2,732	2,776	2,820	2,864
70	2,909	2,953	2,998	3,043	3,087	3,132	3,177	3,222	3,267	3,312
80	3,358	3,403	3,448	3,494	3,539	3,585	3,631	3,677	3,722	3,768
90	3,814	3,860	3,907	3,953	3,999	4,046	4,092	4,138	4,185	4,232
100	4,279	4,325	4,372	4,419	4,466	4,513	4,561	4,608	4,655	4,702
110	4,750	4,798	4,845	4,893	4,941	4,988	5,036	5,084	5,132	5,180
120	5,228	5,277	5,325	5,373	5,422	5,470	5,519	5,567	5,616	5,665
130	5,714	5,763	5,812	5,861	5,910	5,959	6,008	6,057	6,107	6,156
140	6,206	6,255	6,305	6,355	6,404	6,454	6,504	6,554	6,604	6,654
150	6,704	6,754	6,805	6,855	6,905	6,956	7,006	7,057	7,107	7,158
160	7,209	7,260	7,310	7,361	7,412	7,463	7,515	7,566	7,617	7,668
170	7,720	7,771	7,823	7,874	7,926	7,977	8,029	8,081	8,133	8,185
180	8,237	8,289	8,341	8,393	8,445	8,497	8,550	8,602	8,654	8,707
190	8,759	8,812	8,865	8,917	8,970	9,023	9,076	9,129	9,182	9,235
200	9,288	9,341	9,395	9,448	9,501	9,555	9,608	9,662	9,715	9,769
210	9,882	9,876	9,930	9,984	10,038	10,092	10,146	10,200	10,254	10,308
220	10,362	10,417	10,471	10,525	10,580	10,634	10,689	10,743	10,798	10,853
230	10,907	10,962	11,017	11,072	11,127	11,182	11,237	11,292	11,347	11,403
240	11,458	11,513	11,569	11,624	11,680	11,735	11,791	11,846	11,902	11,958
250	12,013	12,069	12,125	12,181	12,237	12,293	12,349	12,405	12,461	12,518
260	12,574	12,630	12,687	12,743	12,799	12,856	12,912	12,969	13,026	13,082
270	13,139	13,196	13,253	13,310	13,366	13,423	13,480	13,537	13,595	13,652
280	13,709	13,766	13,823	13,881	13,938	13,995	14,053	14,110	14,168	14,226
290	14,283	14,341	14,399	14,456	14,514	14,572	14,630	14,688	14,746	14,804
300	14,862	14,920	14,978	15,036	15,095	15,153	15,211	15,270	15,328	15,386
310	15,445	15,503	15,562	15,621	15,679	15,738	15,797	15,856	15,914	15,973
320	16,032	16,091	16,150	16,209	16,268	16,327	16,387	16,446	16,505	16,564
330	16,624	16,683	16,742	16,802	16,861	16,921	16,980	17,040	17,100	17,159
340	17,219	17,279	17,339	17,399	17,458	17,518	17,578	17,638	17,698	17,759