

EM-våg, FDTD-beräkning, 1-dim utbredning.

Amperes lag och Faradays lag (cirkulationslagarna för E - och H -fältet) kan uttryckas som partiella differentialekvationer (se uppg. F19 där du själv kan göra härledningen).

I ett laddnings- och strömfritt medium utan resistiva förluster med en enda rumsdimension får de följande form:

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$
$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$\frac{\partial}{\partial z}$ innebär en derivering m.a.p. rumspositionen z och

$\frac{\partial}{\partial t}$ innebär en derivering m.a.p. tiden.

Ekvationssystemet kan lösas exempelvis genom att derivera första ekvationen m.a.p. t och den andra m.a.p. z och sedan eliminera $\frac{\partial^2 H_y}{\partial t \partial z}$ termen. Detta ger en ekvation för E_x . På liknande sätt ger en derivering av första ekvationen m.a.p. z och av den andra m.a.p. t och eliminering av $\frac{\partial^2 E_x}{\partial t \partial z}$ en ekvation för H_y .

Resultatet är:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}$$

Lösningar till dessa s.k. vågekvationer beskriver elektromagnetiska fält som utbreder sig som vågor. Vågens $\mathbf{E}$ -fält är riktat längs x-axeln d.v.s. har endast x-komponent (E_x), medan vågens $\mathbf{H}$ -fält är riktat längs y-axeln och har endast y-komponent (H_y). Utbredning sker längs z-axeln

(Poyntingvektorn ...). Utbredningsfarten är $v_{våg} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ och i vakuum fås $v_{våg} = c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

De ursprungliga ekvationerna kan även med fördel lösas med numeriska metoder. Grafer som visas på kommande sidor är resultat av tillämpning av den s.k. Yee algoritmen, som använder den numeriska metoden FDTD (finite-difference time-domain).

I graferna innebär $E_x > 0$ att elektriska fältet är riktat uppåt i papprets plan ($\uparrow$), och $H_y > 0$ att magnetfältet är riktat rakt in i papprets plan ($\otimes$). Detta medför t.ex. att ett elektromagnetiskt fält med $E_x > 0$ och $H_y > 0$ utbreder sig åt vänster i grafen ($\leftarrow$).

Vågen som exemplifieras m.h.a. graferna genereras av två källor som samtidigt matar in E -fält i form av en triangelformad puls från vänster respektive höger rand. Pulsen som sänds från vänster rand utbreder sig i z -axelns riktning (åt höger) och pulsen från höger rand utbreder sig motsatt z -axeln (åt vänster). Efter det att pulsen har genererats så hålls randpunkterna vid $E=0$, vilket innebär att randpunkterna representerar perfekta elektriska ledare.

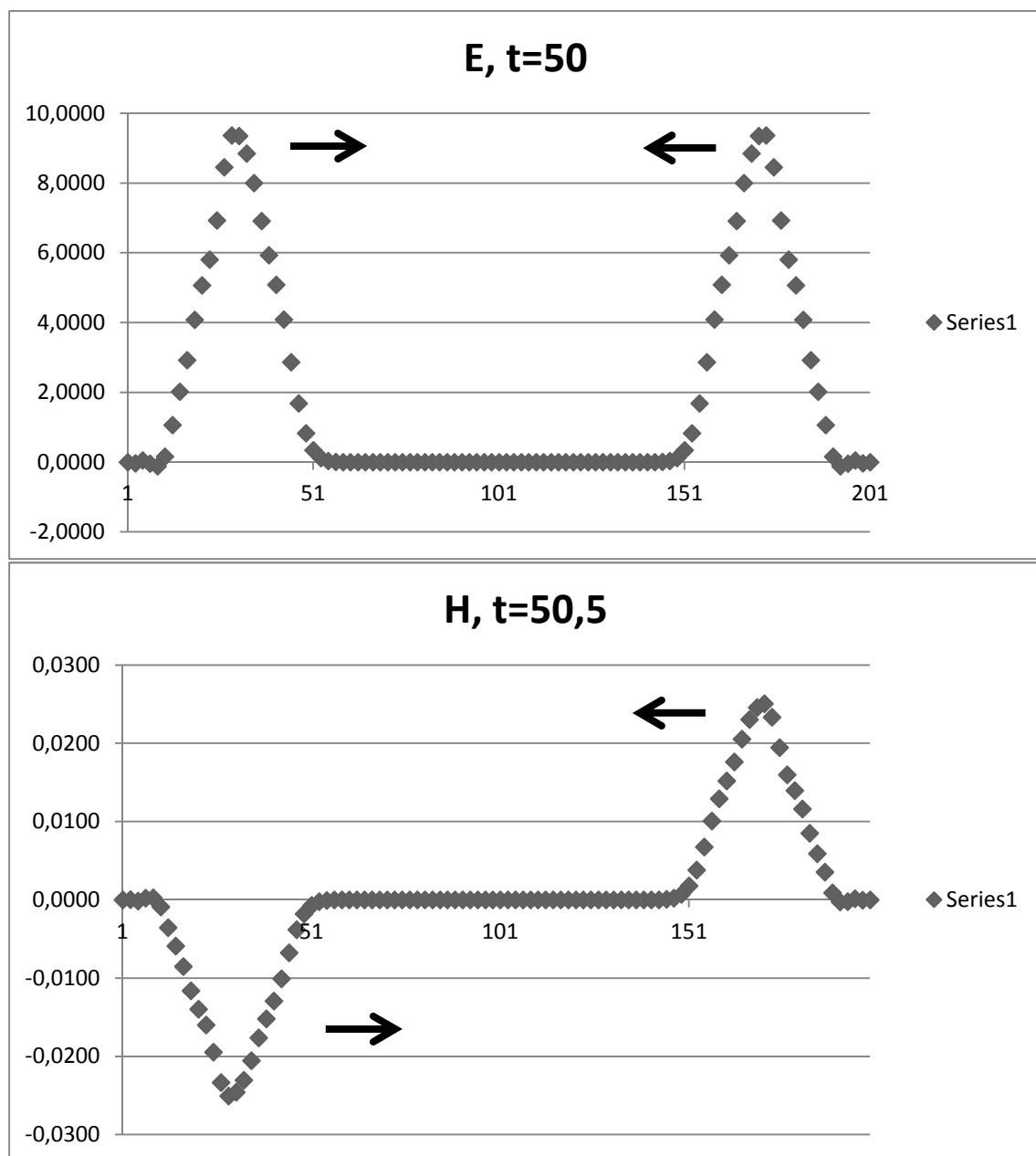
Graferna som följer visar sammanlagda E - och H -fältet vid några utvalda tidpunkter och illustrerar interferens mellan vågor, samt reflexion av E - resp. H -fält vid en perfekt elektrisk ledare. Filer innehållande grafer vid många fler tidpunkter finns på kurshemsidan.

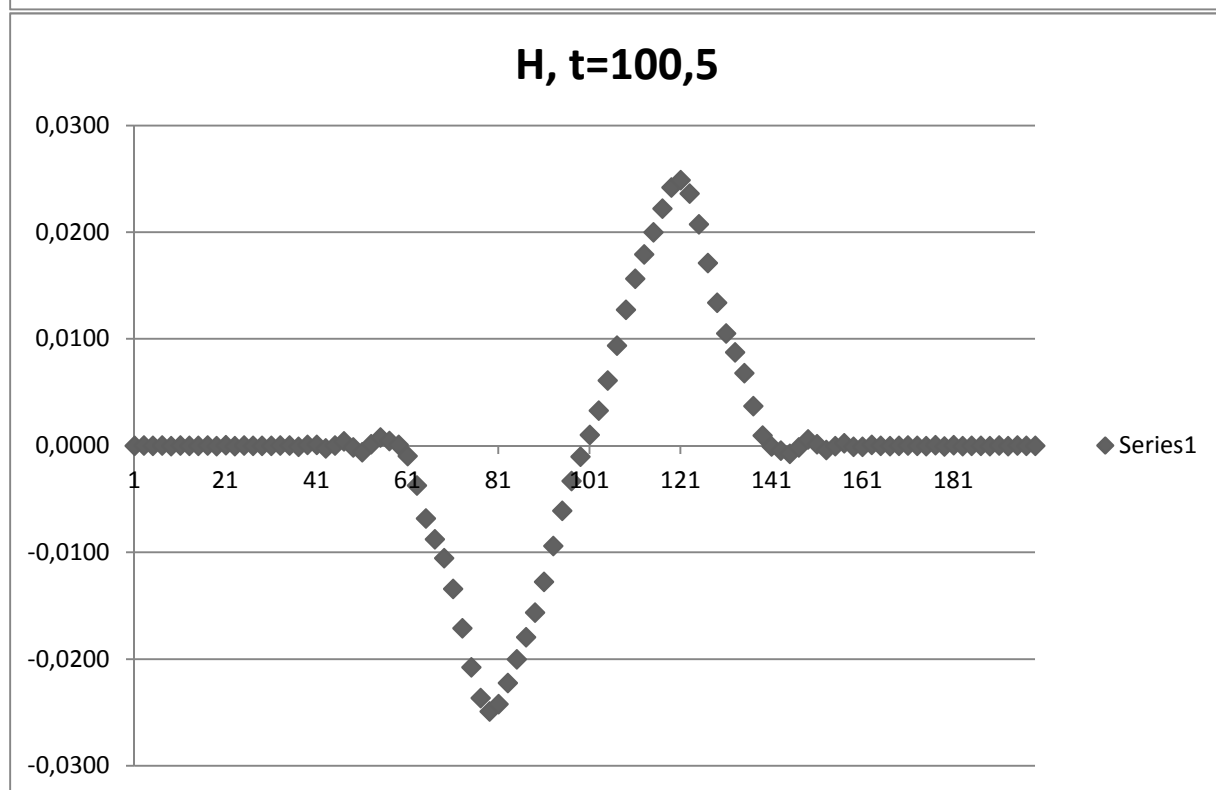
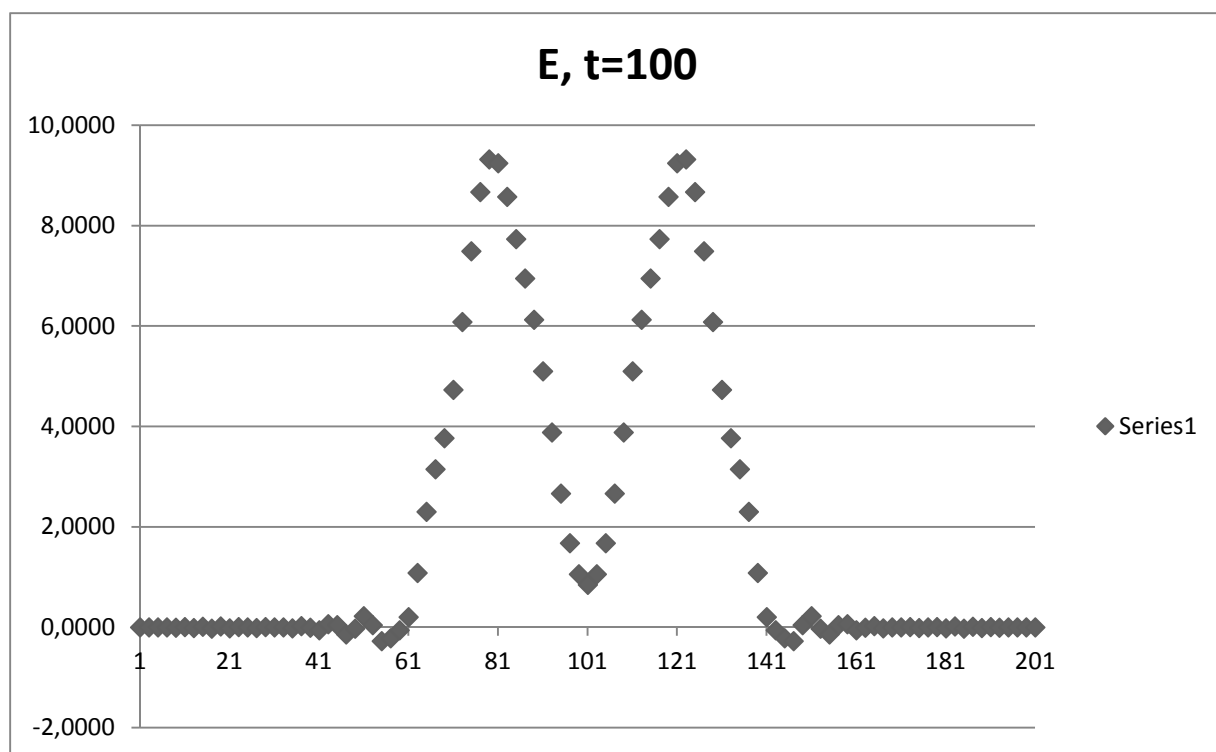
NÅGOT ATT FUNDERA PÅ:

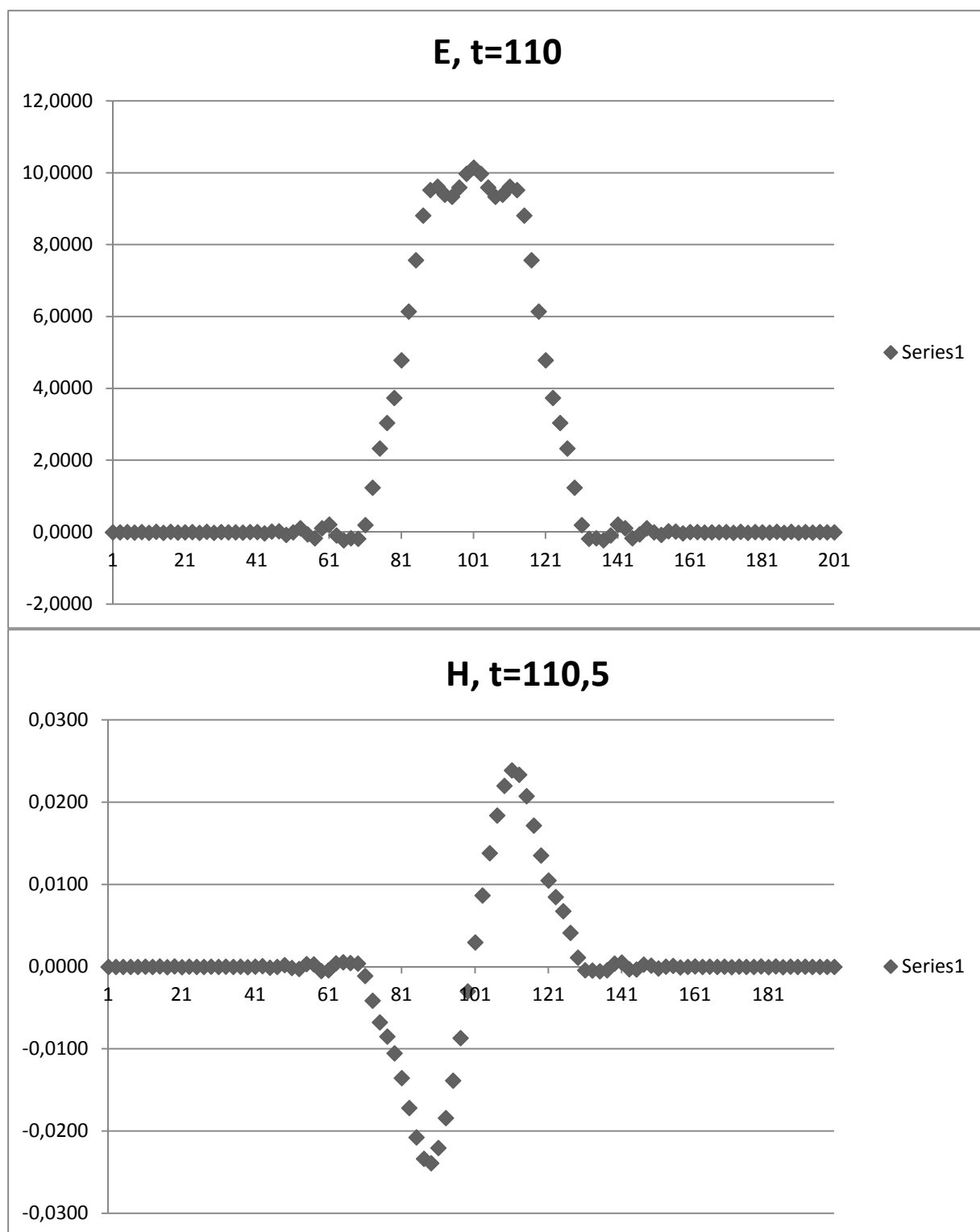
- Observera hur de två E -fälten interfererar (notera att grafer vid olika tidpunkter kan ha olika skala).
- Notera vad som händer med E -fältet vid reflexion mot en perfekt elektrisk ledare!
- Samma frågor för H -fältet!
- Hur bör E - resp. H -fältet reflektera mot en perfekt "magnetisk ledare"?
- Fundera på vad som händer med energin i samband med interferens! Bevaras den?

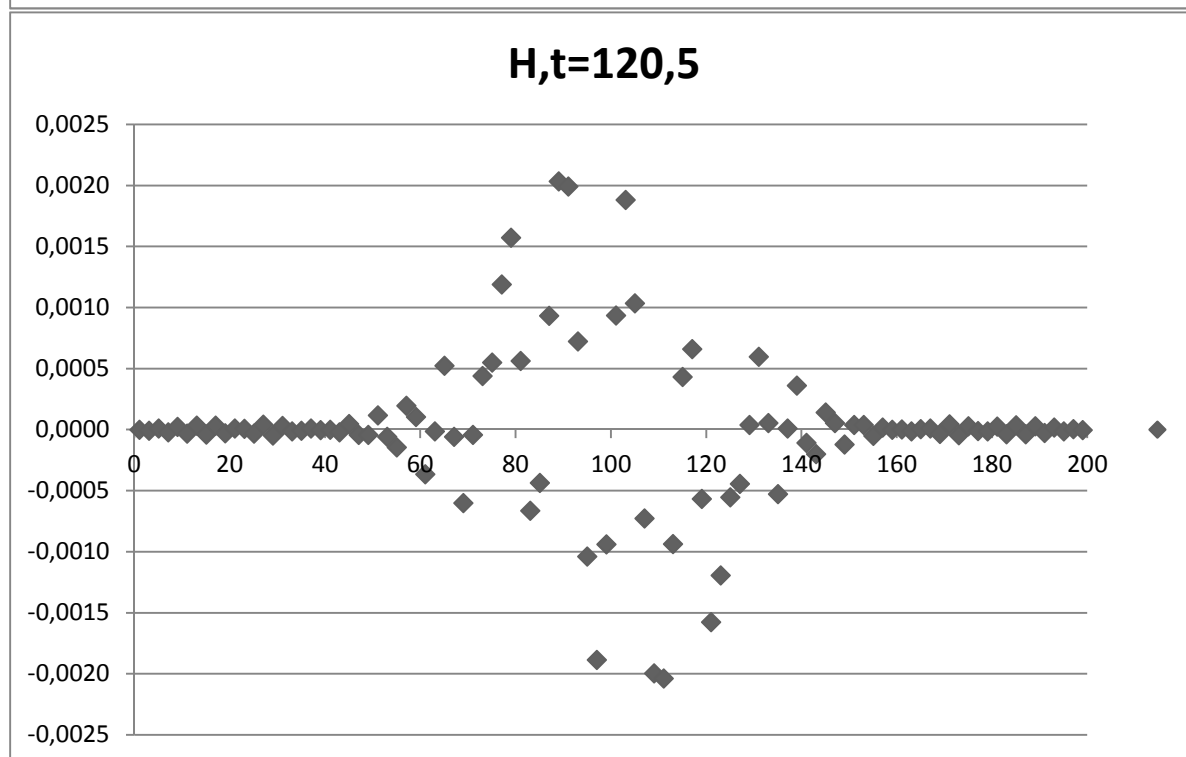
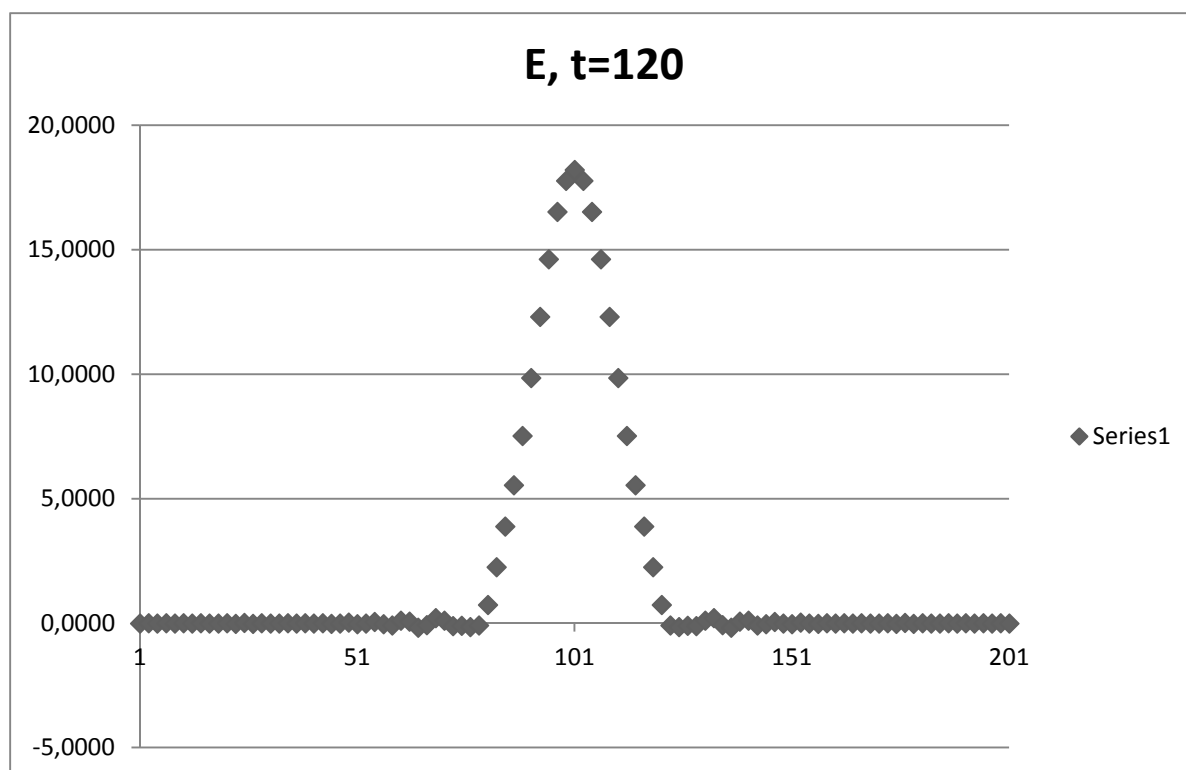
Triangelvågkällor matar in E-fält vid respektive rand, som sedan blir perfekta elektriska ledare.

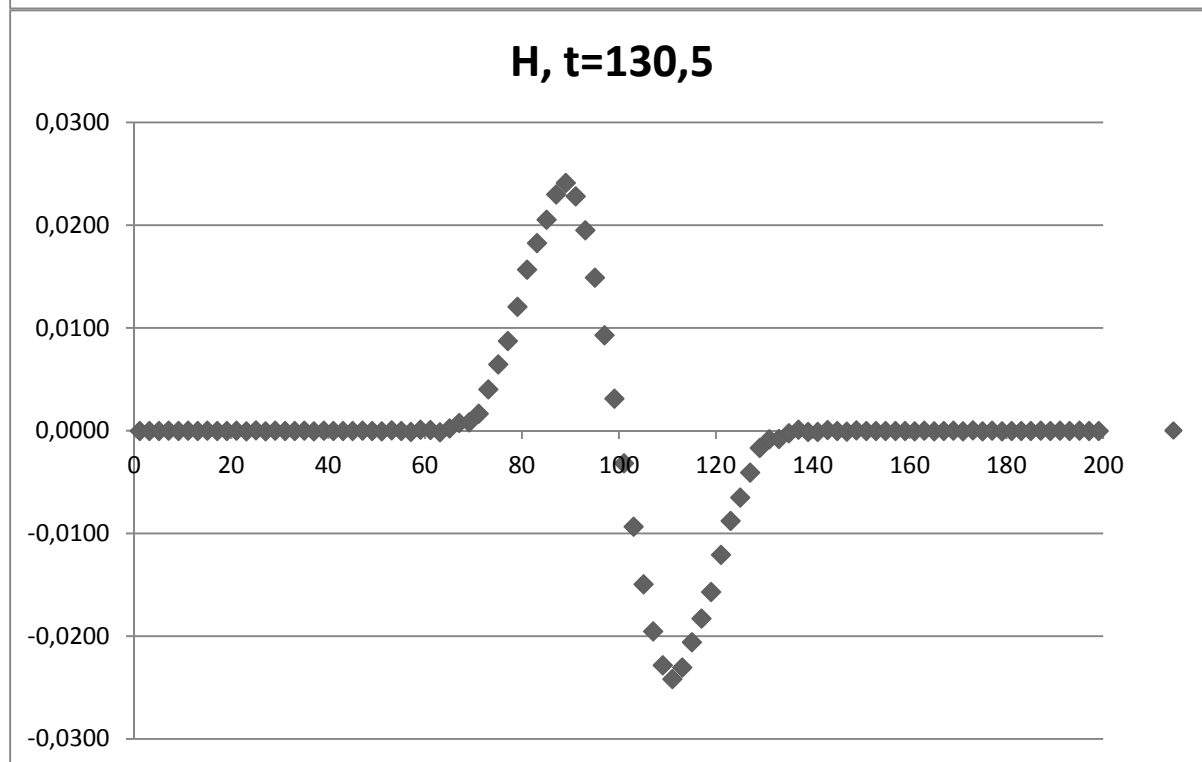
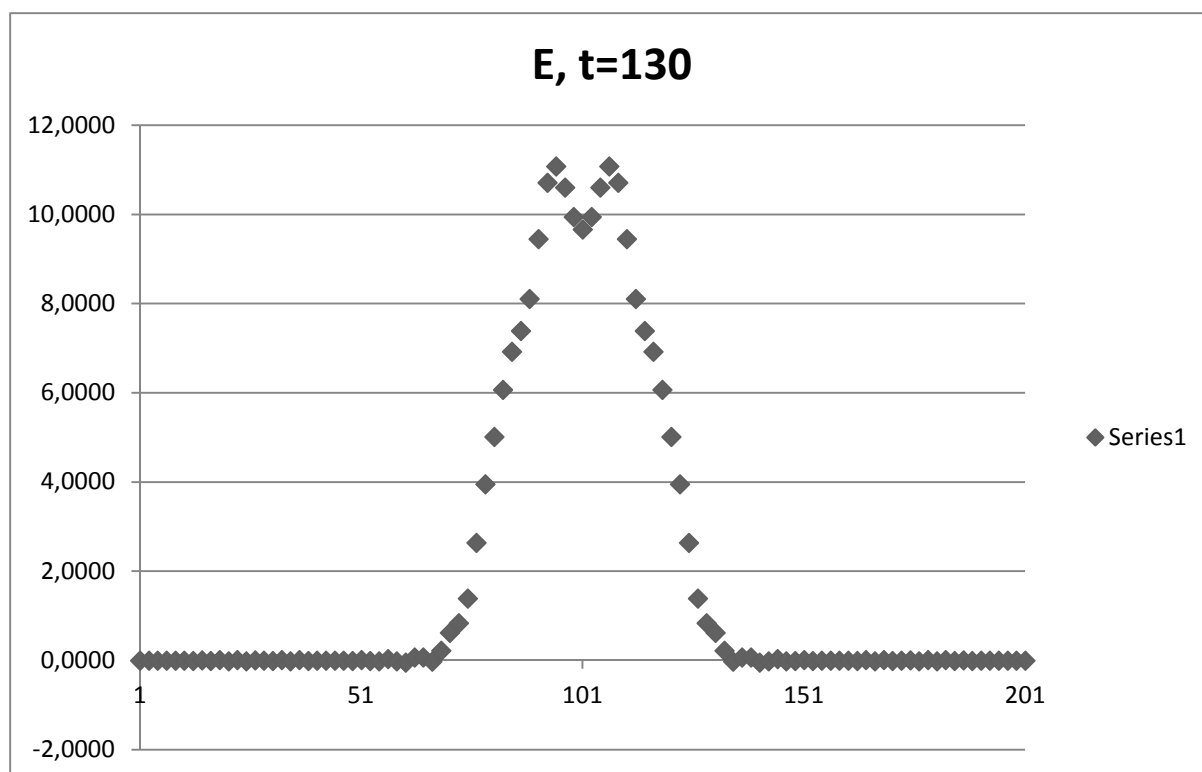
Fältstyrka (volt/meter respektive ampere/meter) som funktion av rumsposition (ospecificerad längdenhet) vid ett urval av tidpunkter (ospecificerad tidsenhet). Pil anger utbredningsriktning.

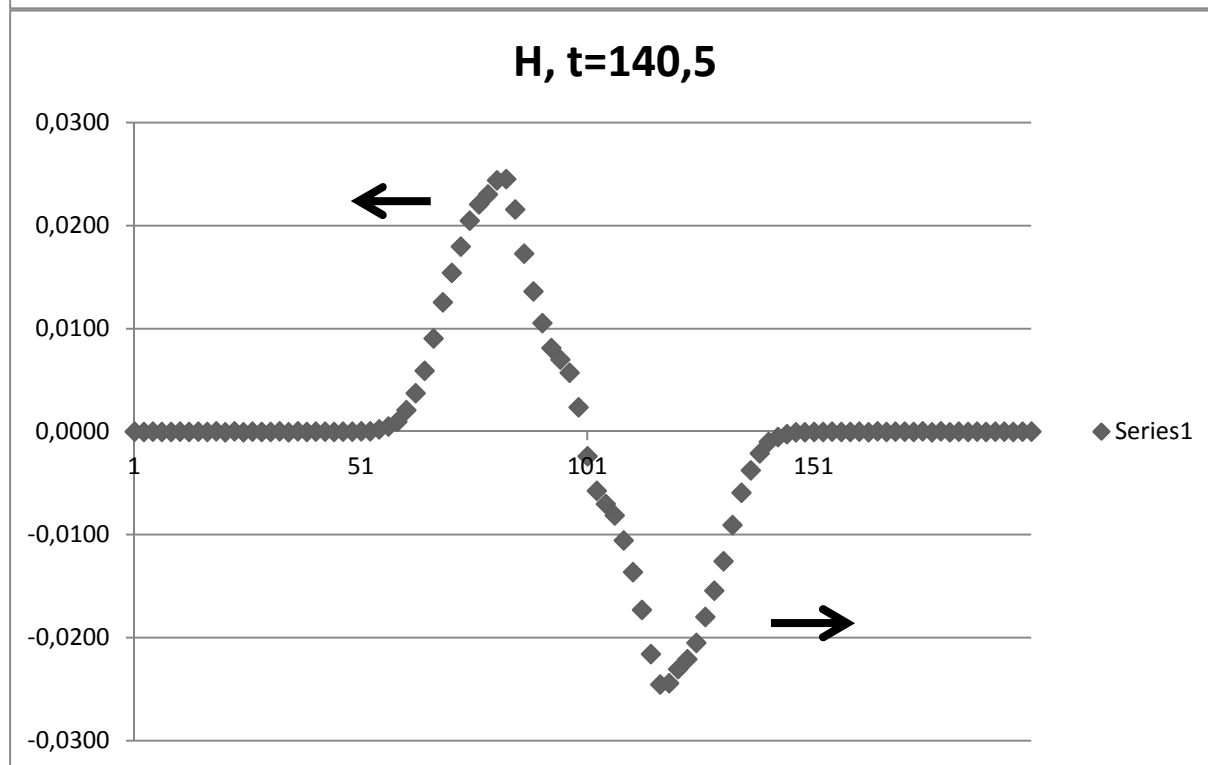
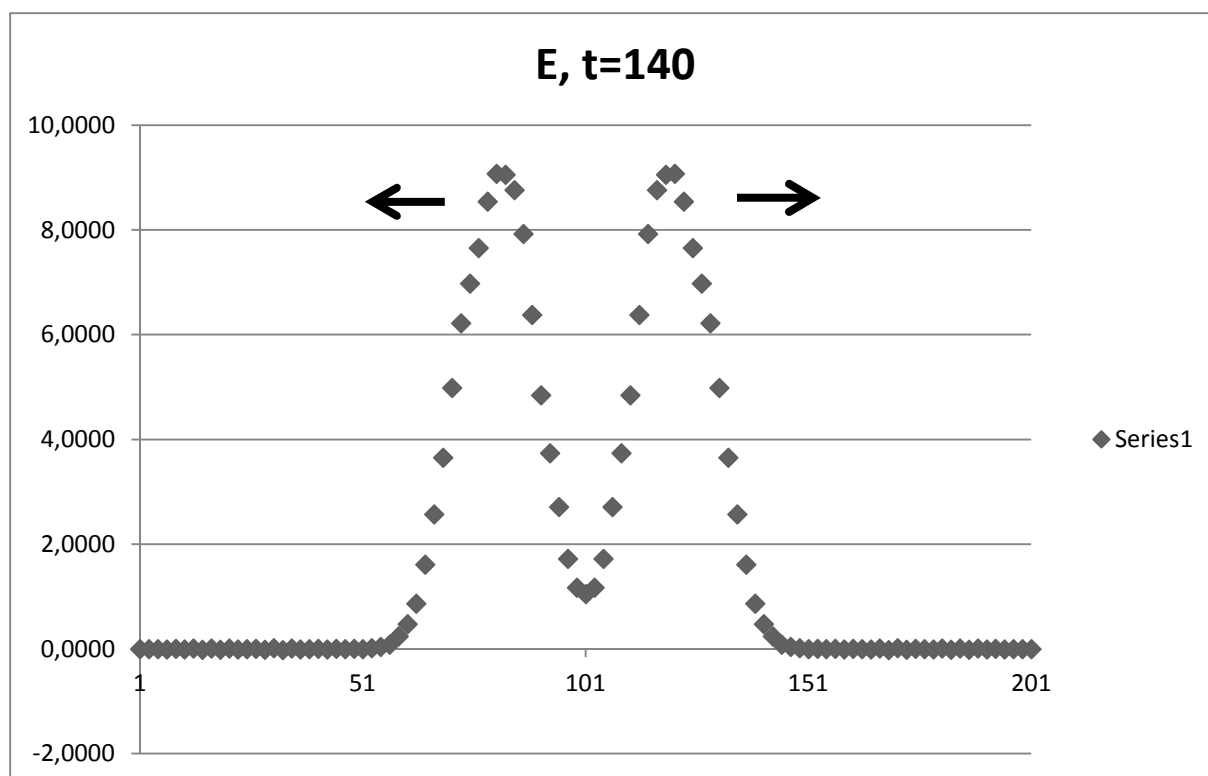


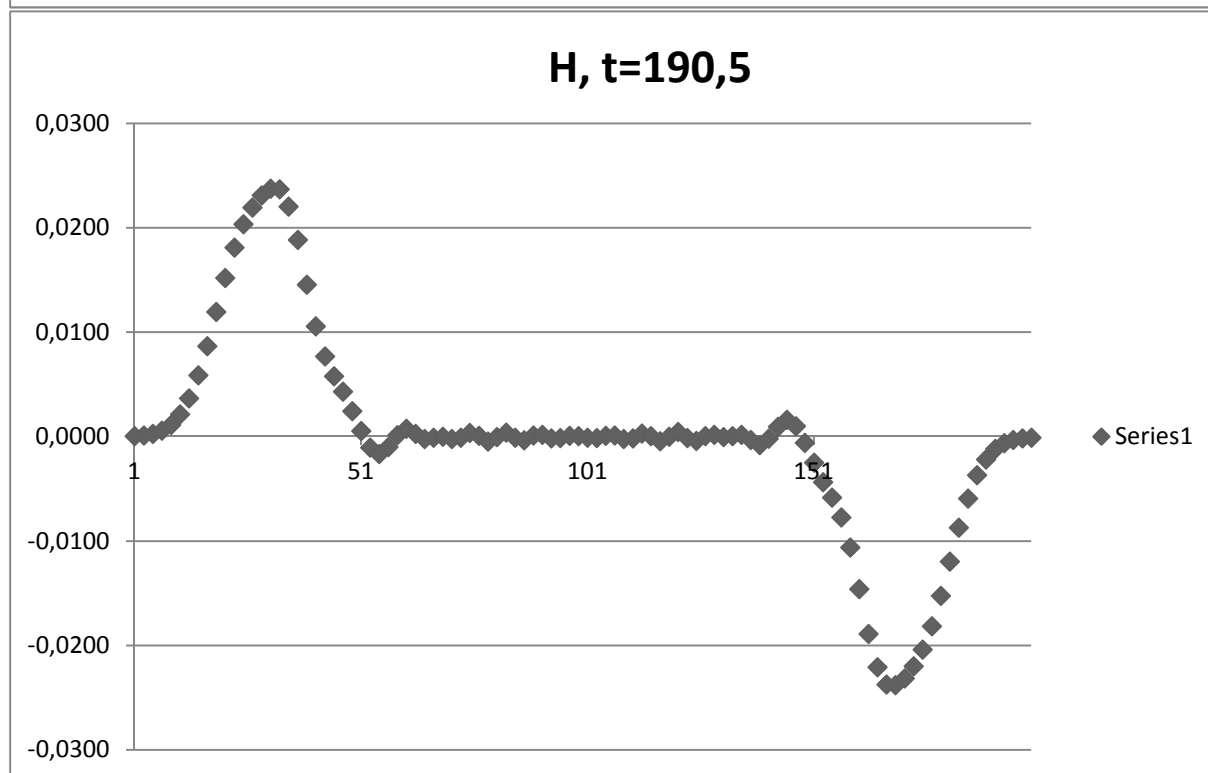
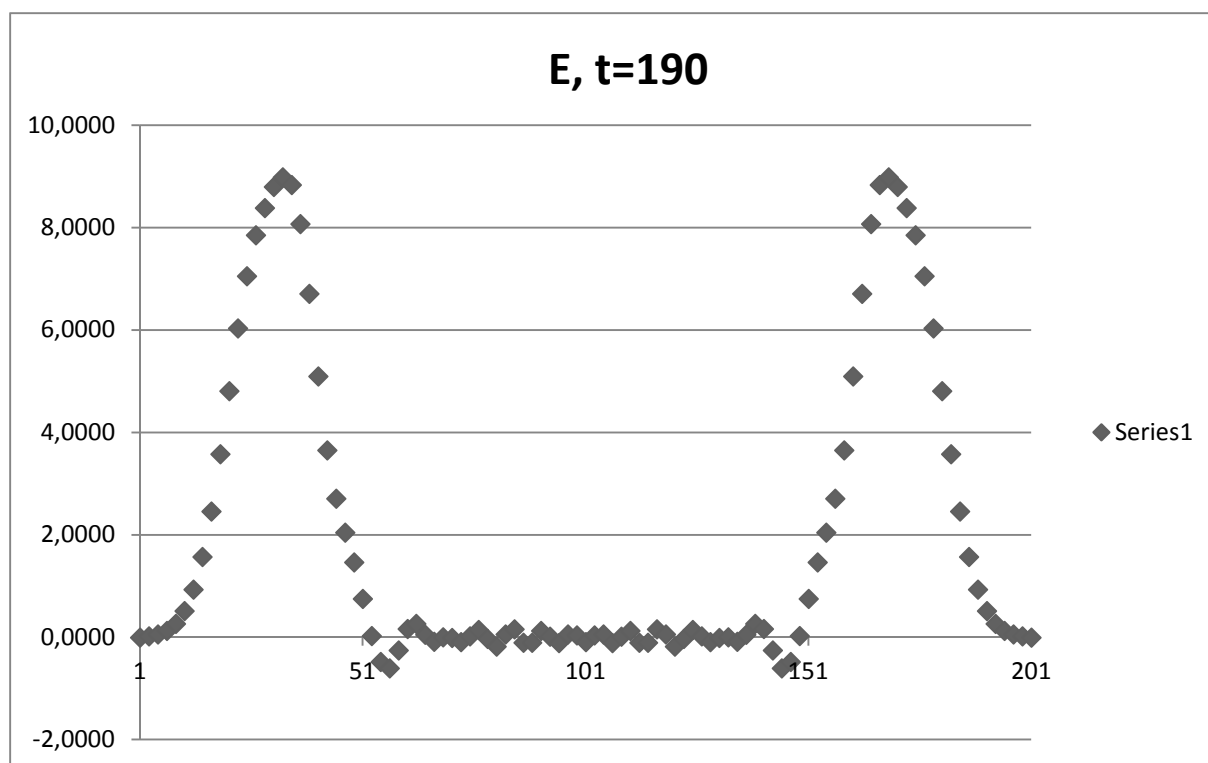


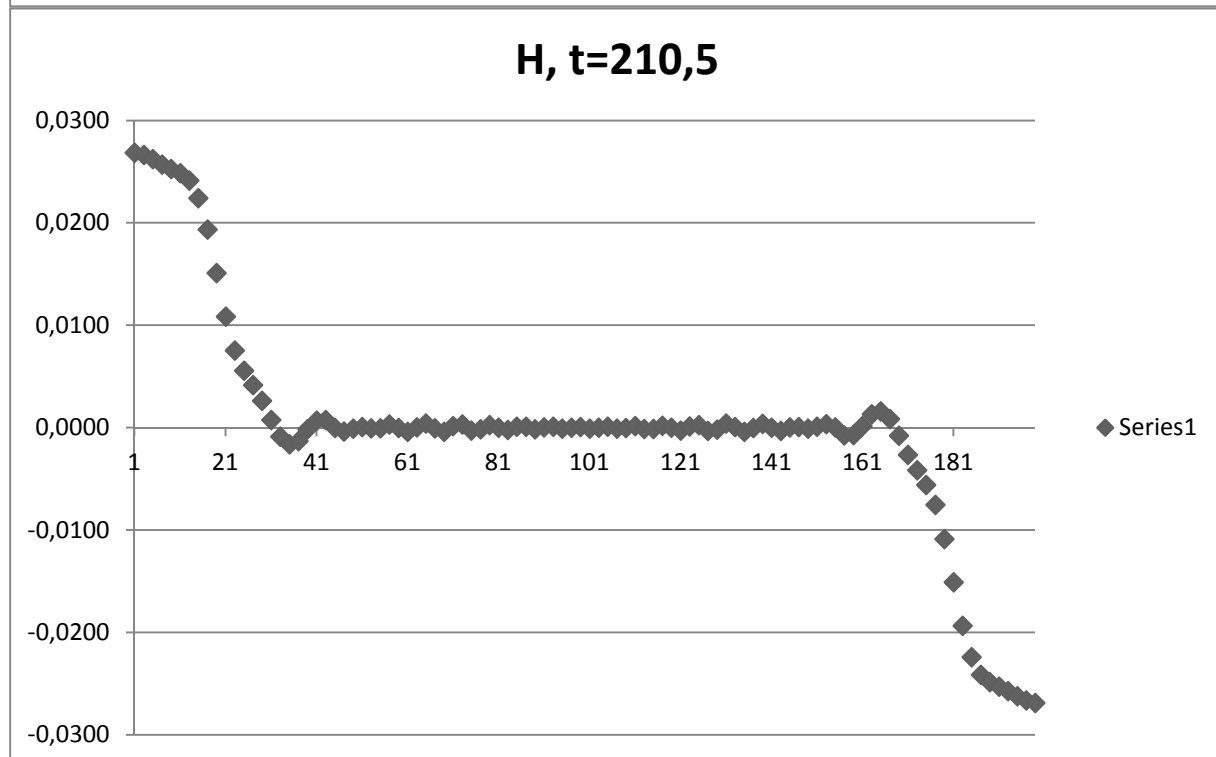
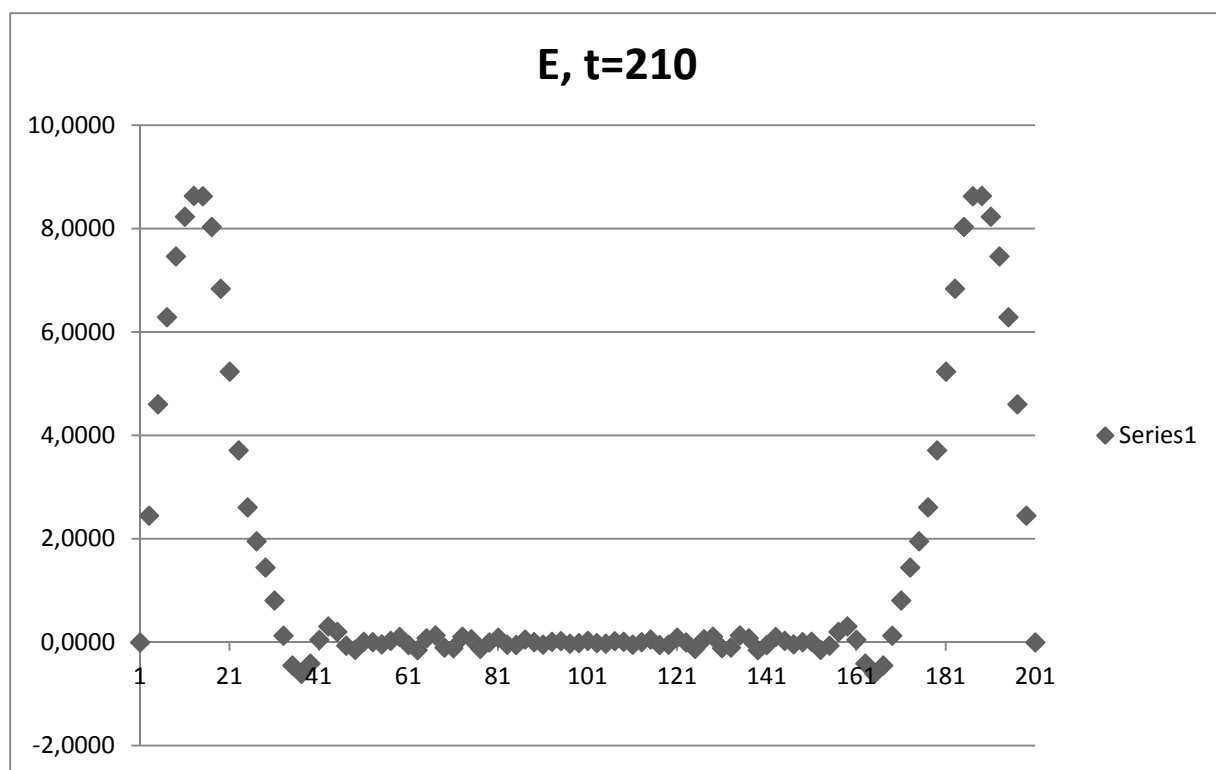




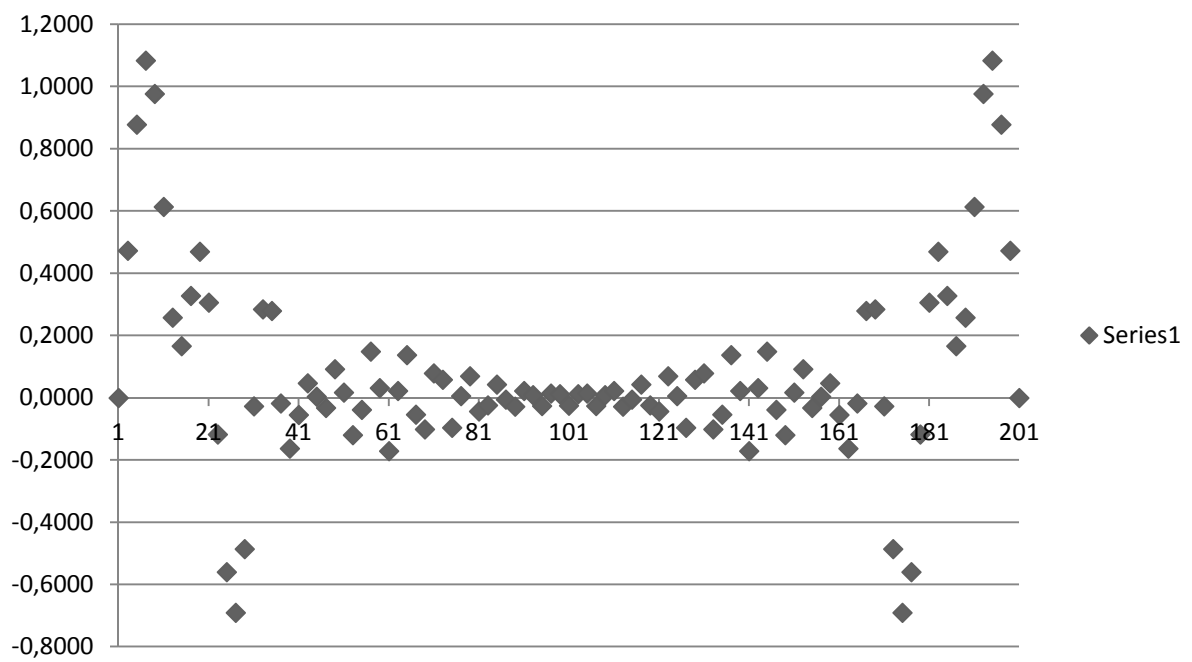




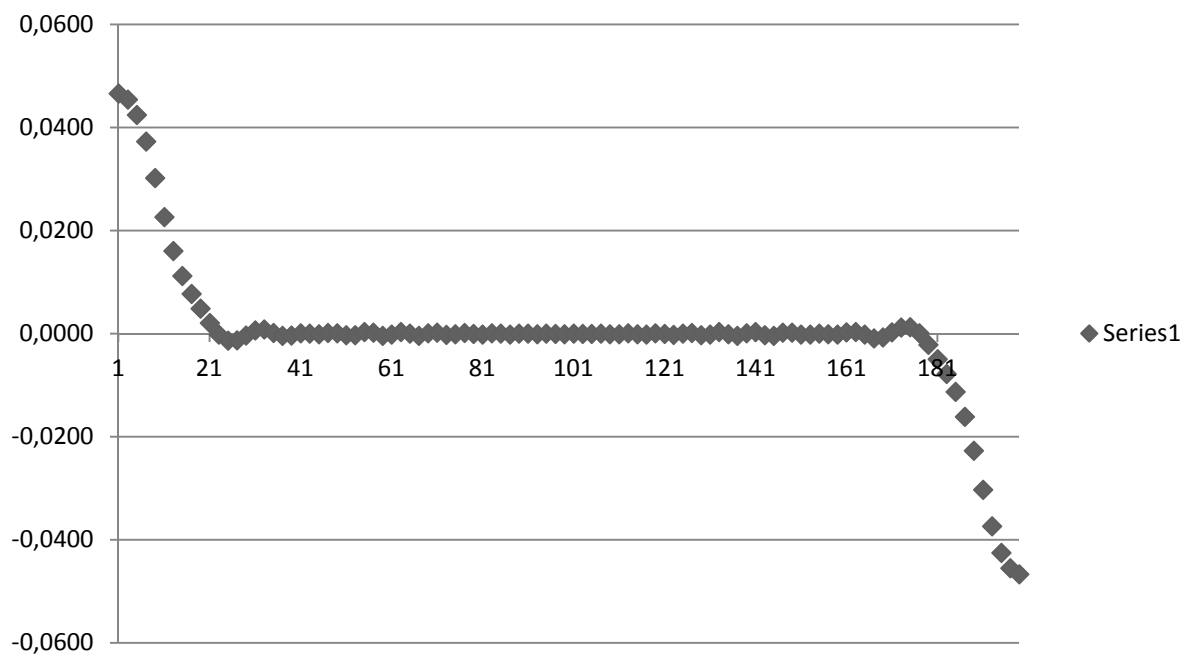




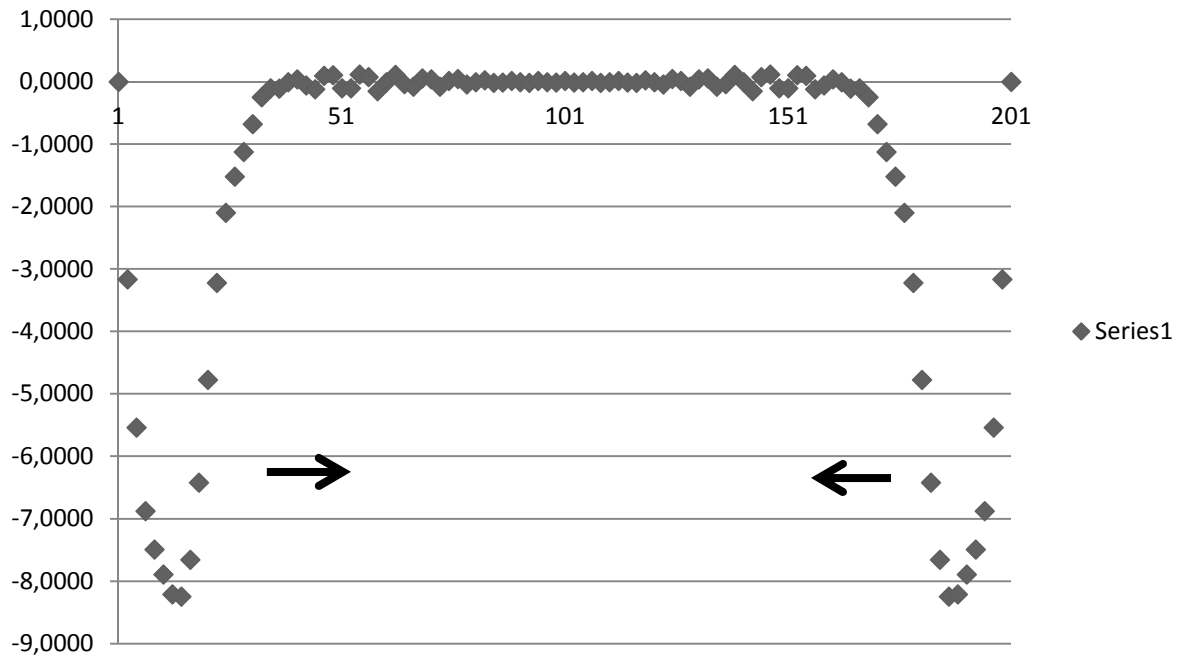
E, t=220



H, t=220,5



E, t=230



H, t=230,5

