25/10-2016 Arto Heikkilä

Formelblad, RRY010 Telekommunikation, läsåret 2016/2017

Konstanter

$c_0 = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$\varepsilon_0 \approx 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m

$Z_{TEM,vakuum} \approx 376{,}73\ \Omega$

Matematik

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$$

$$\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + \mathrm{j} \cdot \sin\varphi$$

$$A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) = C\cos(\omega t - \theta) = C\sin(\omega t + \delta)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad \theta = \arctan\left(\frac{B}{A}\right) \qquad \delta = \arctan\left(\frac{A}{B}\right)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |J_n(\beta)|^2 = 1$$

$$2n \cdot J_n(\beta) = \beta \cdot [J_{n-1}(\beta) + J_{n+1}(\beta)]$$

Analog bärvågsmodulation, entonigt meddelande

$$v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$$

$$v_c(t) = V_c \cos(\omega_c t)$$

AM, DSB-FC:

$$v_{AM}(t) = V_c\left[1 + \frac{V_m}{V_c}\cos(\omega_m t)\right]\cos(\omega_c t) =$$

$$V_c\cos(\omega_c t) + \frac{V_m}{2}\cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \frac{V_m}{2}\cos[(\omega_c - \omega_m)t]$$

$$m = \frac{V_m}{V_c}$$

FM:

$v_{FM}(t) = V_c \cos[\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)]$

$\omega_i(t) = \omega_c + \beta\omega_m \cos(\omega_m t) = \omega_c + \Delta\omega_c \cos(\omega_m t)$

$\Delta\omega_c = \beta\omega_m = 2\pi\ k_0 V_m$

$$v_{FM}(t) = V_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot \cos[(\omega_c + n\ \omega_m)t]$$

$B \approx 2f_m(\beta + 1)$

Transmissionledningar

$V_{tot}(x) = V^+(x) + V^-(x) = V^+(0) \cdot e^{-\gamma x} + V^-(0) \cdot e^{\gamma x}$

$I_{tot}(x) = I^+(x) + I^-(x) = I^+(0) \cdot e^{-\gamma x} + I^-(0) \cdot e^{\gamma x}$

$\gamma = \sqrt{Z_{längs} Y_{tvär}}$

$$Z_0 = \frac{V^+(x)}{I^+(x)} = -\frac{V^-(x)}{I^-(x)} = \sqrt{\frac{Z_{längs}}{Y_{tvär}}}$$

$Z(x) = \frac{V_{tot}(x)}{I_{tot}(x)}$

$\Gamma(x) = \frac{V^-(x)}{V^+(x)} = \frac{Z(x)-Z_0}{Z(x)+Z_0} = \Gamma(0) \cdot e^{2\gamma x}$

$S = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$

Sinusformat tidsberoende:

$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$

$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad v_{fas} = \frac{\omega}{\beta} \qquad v_{grupp} = \frac{d\omega}{d\beta}$

$$P_{medel} = \frac{1}{2} Re\{V\ I^*\}$$

Förlustfri ledning:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + jZ_L \tan\beta l}$$

Multipelreflexioner:

$$|V_{tot}(x)| = \left| \frac{V_0^+ e^{-j\beta x}\left(1 + \Gamma_L e^{j2\beta(x-l)}\right)}{1 - \Gamma_L \Gamma_G e^{-j2\beta l}} \right|$$

TEM-våg i homogent medium:

$$E_{tot}(x) = E^+(x) + E^-(x) = E^+(0) \cdot e^{-\gamma x} + E^-(0) \cdot e^{\gamma x}$$

$$H_{tot}(x) = H^+(x) + H^-(x) = H^+(0) \cdot e^{-\gamma x} + H^-(0) \cdot e^{\gamma x}$$

E riktat i *y*-led, ***H*** riktat i *z*-led, vågutbredning i *x*-led.

Sinusformat tidsberoende:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad v_{fas} = \frac{\omega}{\beta} \qquad v_{grupp} = \frac{d\omega}{d\beta}$$

$$S_{medel} = \frac{1}{2} Re\{E\ H^*\}$$

Förlustfritt medium:

$$Z_{TEM} = \frac{E^+(x)}{H^+(x)} = -\frac{E^-(x)}{H^-(x)} = \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$$v_{fas} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{c_0}{n}$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \qquad n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

Förlustbehäftat medium:

$$Z_{TEM} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_r\mu_0}{\sigma + j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0}}$$

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_r\mu_0 \cdot (\sigma + j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0)}$$

Optisk fiber:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

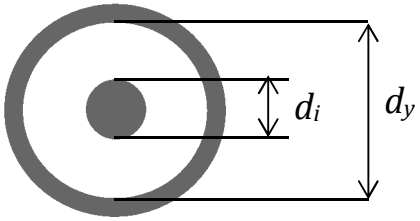
$$NA = n_0 \sin\theta_a = \sqrt{n_k^2 - n_m^2}$$

$$\frac{\Delta t}{l} = \frac{n_k}{c_0}\left(\frac{n_k}{n_m} - 1\right)$$

Parametrar för förlustfria ledningar

Figurerna visar ledningens tvärsnitt

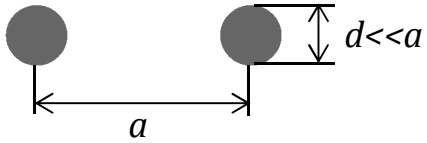
Koaxialledning:



$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d_y}{d_i}\right)$$

$$C = \frac{2\pi\,\varepsilon}{\ln\left(\frac{d_y}{d_i}\right)}$$

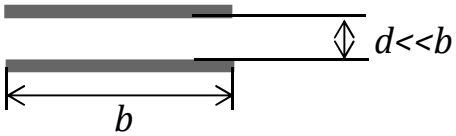
Parledning:



$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{2a}{d}\right)$$

$$C = \frac{\pi\,\varepsilon}{\ln\left(\frac{2a}{d}\right)}$$

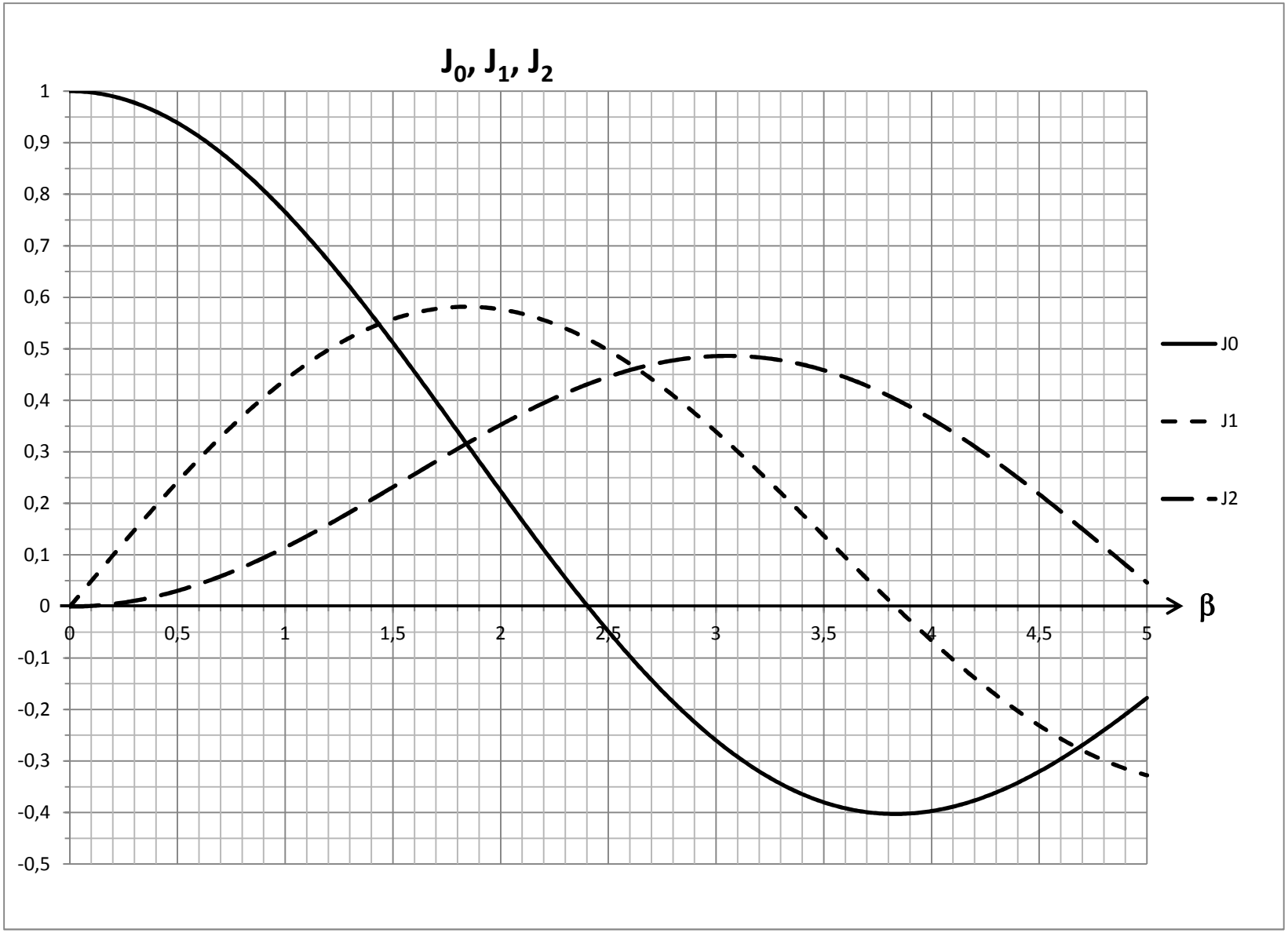
Plattledning:



$$L = \mu\,\frac{d}{b}$$

$$C = \varepsilon\,\frac{b}{d}$$

β	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,9385	0,2423	0,03060	0,002564	0,0001607	$8{,}054\cdot10^{-6}$	$3{,}361\cdot10^{-7}$	$1{,}202\cdot10^{-8}$	$3{,}758\cdot10^{-10}$
1	0,7652	0,4401	0,1149	0,01956	0,002477	$2{,}498\cdot10^{-4}$	$2{,}094\cdot10^{-7}$	$1{,}502\cdot10^{-6}$	$9{,}422\cdot10^{-8}$
1,5	0,5118	0,5579	0,2321	0,06096	0,01177	0,001799	0,0002280	$2{,}468\cdot10^{-5}$	$2{,}332\cdot10^{-6}$
2	0,2239	0,5767	0,3528	0,1289	0,03400	0,007040	0,001202	0,0001749	$2{,}218\cdot10^{-5}$
2,5	-0,04838	0,4971	0,4461	0,2166	0,07378	0,01950	0,004225	0,0007766	0,0001241
3	-0,2600	0,3391	0,4861	0,3091	0,1320	0,04303	0,01139	0,002547	0,0004934
3,5	-0,3801	0,1374	0,4586	0,3868	0,2044	0,08044	0,02543	0,006743	0,001543
4	-0,3972	-0,06604	0,3641	0,4302	0,2811	0,1321	0,04909	0,01518	0,004029
4,5	-0,3205	-0,23106	0,2178	0,4247	0,3484	0,1947	0,08428	0,03002	0,009126
5	-0,1776	-0,3276	0,04656	0,3648	0,3912	0,2611	0,1310	0,05338	0,01841
5,5	-0,006844	-0,3414	-0,1173	0,2561	0,3967	0,3209	0,1868	0,08660	0,03366
6	0,1506	-0,2767	-0,2429	0,1148	0,3576	0,3621	0,2458	0,1296	0,05653
6,5	0,2601	-0,1538	-0,3074	-0,03535	0,2748	0,3736	0,2999	0,1801	0,08804
7	0,3001	-0,004683	-0,3014	-0,1676	0,1578	0,3479	0,3392	0,2336	0,1280
7,5	0,2663	0,1352	-0,2303	-0,2581	0,02382	0,2835	0,3541	0,2832	0,1744
8	0,1716	0,2346	-0,1130	-0,2911	-0,1054	0,1858	0,3376	0,3206	0,2235
8,5	0,04194	0,2731	0,02232	-0,2626	-0,2077	0,06713	0,2867	0,3376	0,2693
9	-0,09033	0,2453	0,1448	-0,1809	-0,2655	-0,05504	0,2043	0,3275	0,3051
9,5	-0,1939	0,1613	0,2279	-0,06531	-0,2691	-0,1613	0,09932	0,2868	0,3233
10	-0,2459	0,04347	0,2546	0,05838	-0,2196	-0,2341	-0,01446	0,2167	0,3179


J0, J1, J2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,2
-0,3
-0,4
-0,5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
β
J0
J1
J2