

ELTEKNIK (LEU 460)

Övningsuppgifter om växelströmslära, elektronik, elektromagnetism och högfrekvensteknik

Växelströmslära (AC)

Uppgifter ur **ellä**raboken: 9.6, 9.7, 9.9, 9.11, 9.21, 9.29, 9.24, 9.25, 9.26, 9.27, 9.28, 9.30

AC1. En växelspanningskälla med sinusformat tidsberoende (toppvärde 10 volt, vinkelfrekvens 2000 rad/s) är ansluten till en seriekoppling av en resistor (100 Ω) och en induktor (50 mH). Bestäm tidsfunktionen för spänningen över induktorn.

AC2. En växelspanningskälla med sinusformat tidsberoende (toppvärde 10 volt, vinkelfrekvens 2000 rad/s) är ansluten till en parallellkoppling av en resistor (50 Ω) och en kondensator (5 μ F). Beräkna kretsens komplexa admittans och bestäm tidsfunktionen för strömmen genom spanningskällan.

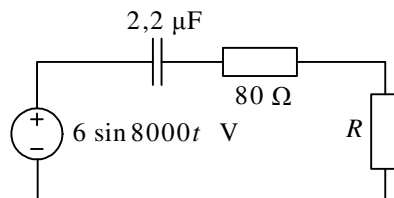
AC3. En växelspanningskälla med toppvärdet 10 volt, vinkelfrekvensen 1000 rad/s och inre impedansen $Z_0 = 30 + j40 \Omega$ är ansluten till en lastimpedans Z_b . Bestäm Z_b så att effektanpassning råder. Beräkna också effektutvecklingen i lasten vid anpassning. Studera två fall:

- a) Z_b kan väljas fritt.
- b) Z_b är rent rell.

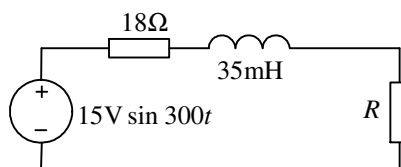
AC4. En växelspanningskälla med toppvärdet 5 volt, vinkelfrekvensen 5000 rad/s och inre impedansen $Z_0 = 50 - j20 \Omega$ är ansluten till en lastimpedans Z_b . Bestäm Z_b så att effektanpassning råder. Beräkna också effektutvecklingen i lasten vid anpassning. Studera två fall:

- a) Z_b kan väljas fritt.
- b) Z_b är rent rell.

AC5. För vilket värde på R blir effektutvecklingen i denna resistor maximal?
Beräkna sedan denna maximala effekt.



AC6. För vilket värde på R blir effektutvecklingen i denna resistor maximal?
Beräkna sedan denna maximala effekt.



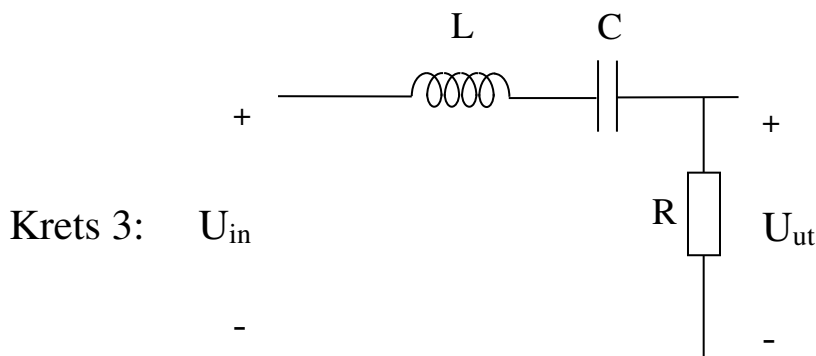
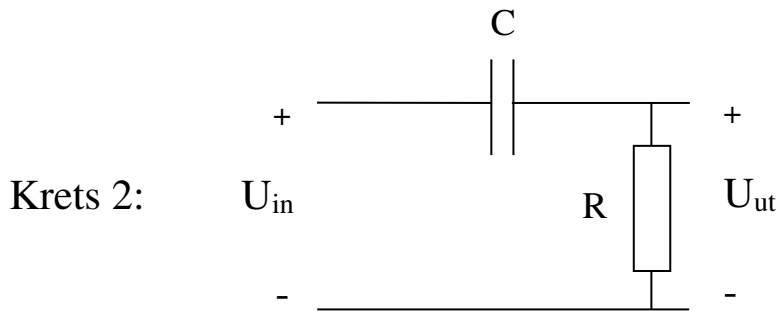
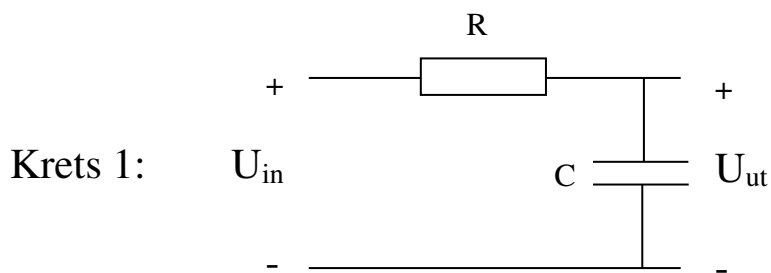
AC7. En resistiv last ($Z_b=R_b$) ansluts till en aktiv tvåpol med källspänningen E och inre impedansen $Z_o=R_o+jX_o$ (se t.ex. avsnitt 9.3.2 i Ellärboken). Visa att effektutvecklingen i lasten blir maximal om $R_b = \sqrt{R_o^2 + X_o^2}$ (d.v.s. $R_b=|R_o+jX_o|$).

AC8.

a) Skriv upp matematiska uttryck för impedansen ("växelströmsmotståndet") för en resistor, kondensator respektive spole.

b) Diskutera dessa komponenters impedans i två gränser: då frekvensen är mycket låg respektive mycket hög.

c) Bestäm ett uttryck för spänningskvoten $A_u=\hat{U}_u/\hat{U}_{in}$ [=utsignalens amplitud dividerad med insignalens amplitud] för följande tre kretsar. Förenkla uttrycken så att frekvensberoendet är lätt att se.



d) Undersök hur A_u varierar med frekvensen genom att bestämma värde för A_u i två gränfall: Mycket låg frekvens respektive mycket hög frekvens. Försök också att skissa A_u som funktion av ω . Ange vilket slags filter respektive koppling är (lågpass, bandpass, etc).

e) För låg- och högpassfilter brukar man ange en *brytfrekvens* (ω_{bryt}), som ger gränsen mellan passband och spärband. Värdet på ω_{bryt} beräknas genom att sätta $A_u = \frac{A_{u,max}}{\sqrt{2}}$ och lösa ut frekvensen. Bestäm uttryck för brytfrekvensen för ”dina” låg- och högpassfilter.

För bandpass- och bandspärrfilter fås två brytfrekvenser på var sin sida om kretsens resonansfrekvens ($\omega_{resonans}$). Kretsen sägs vara i resonans då impedansen är rent resistiv, dvs när kondensatorn och spolen ”arbetar i mottakt” och låter energi pendla mellan sig så att signalgeneratoren inte känner av dem. Bestäm ett uttryck för $\omega_{resonans}$ i krets 3 genom att sätta $Z=R$.

AC9. En belastning i form av en parallellkoppling av en resistor, en kondensator och en induktor är ansluten till en ideal *strömkälla* (som oberoende av belastningen ger en ström med toppvärdet I_0 vid alla vinkelfrekvenser). Skissera en graf som visar hur absolutbeloppet av strömmen (d.v.s. toppvärdet) genom resistorn och effektutvecklingen (=medeleffekten) i resistorn varierar med vinkelfrekvensen.

AC10. En belastning i form av en parallellkoppling av en resistor, en kondensator och en induktor är ansluten till en *spänningskälla* (ems= E och inre resistans R_0). Skissera en graf som visar hur absolutbeloppet av strömmen genom källans resistor (R_0) och effektutvecklingen i belastningens resistor varierar med vinkelfrekvensen.

AC11. Studera en seriekoppling av impedanserna Z_1 & Z_2 , där Z_1 är en seriekoppling av en resistor (R_s) och en induktor (L_s) och Z_2 är en parallellkoppling av en resistor (R_p) och en kondensator (C_p) [Index ”s” står för seriell” och index ”p” för parallell”].

Härled uttryck för kopplingens:

- totala impedans,
- vinkelfrekvens vid resonans (jämför med motsvarande formel för ”vanlig” serieresonanskrets),
- impedans vid resonans,
- impedans vid mycket låga respektive mycket höga frekvenser.

AC12. Studera kretsen på sidan 249 i ellärboken.

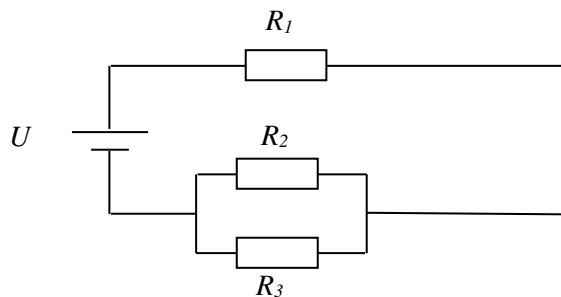
- Härled formeln för kretsens resonansfrekvens (ω_r).
- Vid vilken frekvens sker maximal effektutveckling i resistorn?
- Skissera en graf av admittansens absolutbelopp och jämför frekvensen för admittansminimum med ω_0 resp. ω_r . Använd datorhjälpmedel (Matlab, Excel eller dylikt.)

AC13. En ideal spänningskälla med spänningen U är ansluten till en seriekoppling av två resistorer med resistansen R_1 respektive R_2 . Av dessa är R_1 given (d.v.s. har ett visst fixt värde) medan R_2 kan varieras. Vilket värde ska R_2 ha så att effektutvecklingen i denna blir maximal?

Ledtråd: Använd dina kunskaper i matematik angående bestämning av extremvärden. Det är också nyttigt att börja med att teckna en formel för effekten och fundera hur den beror av R_2 då $R_2 \ll R_1$ respektive då $R_2 \gg R_1$, så att du övertygar dig själv om att det finns ett maximum. Man kan också rita en graf av P som funktion av R_2 , sätt $U=1$ volt för enkelhetens skull. Fixera R_1 till något värde eller rita istället en graf av P som funktion av R_2/R_1 .

AC14. Betrakta nedanstående krets där värdet på R_2 kan varieras, medan R_1 och R_3 är fixerade.

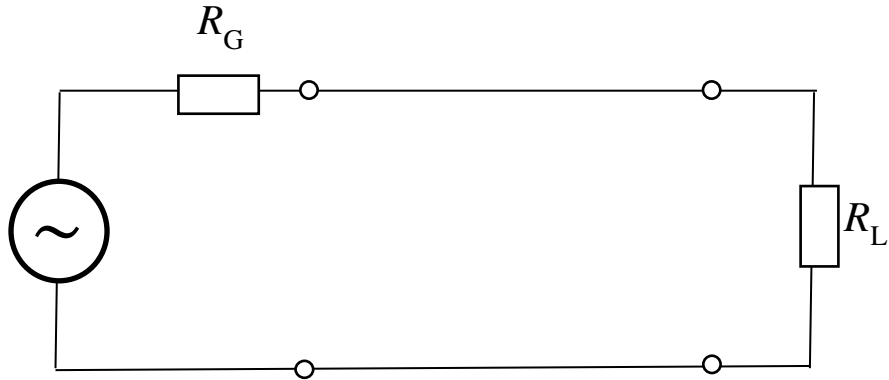
- Hur ska R_2 väljas så att effektutvecklingen i denna resistor blir maximal?
- Hur ska R_2 väljas så att effektutvecklingen i R_1 blir maximal?



AC15. En ideal växelspänningskälla med källspänningen U och vinkelfrekvensen ω är ansluten till en seriekoppling av impedanserna Z_1 och Z_2 . Impedansen Z_1 består av en induktor (induktans L). Z_2 är en parallellkoppling av en resistor (resistans R) och en kondensator (kapacitans C).

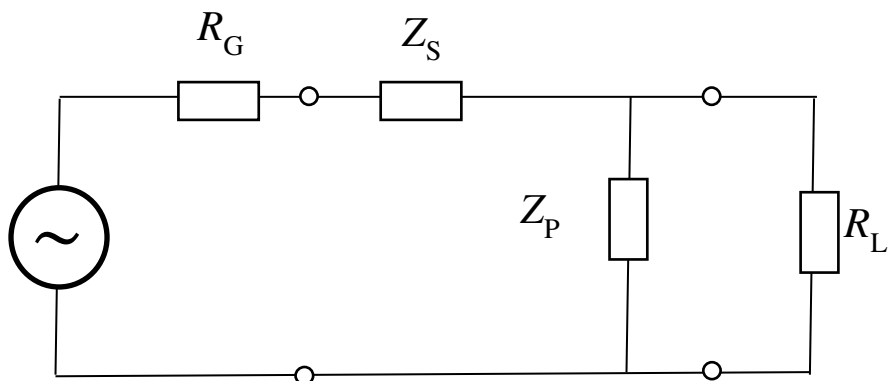
- Bestäm en formel för kretsens resonansfrekvens (ω_r). Kommer resonans att inträffa för alla kombinationer av värden för R , L , C ?
- Bestäm en formel för effektutvecklingen (P) i resistorn som funktion av ω .
- Beräkna effektutvecklingen i resistorn vid frekvenserna ω_r och $\omega_0 \left(= \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)$.
Kommentera resultatet!
- Beräkna effektutvecklingen vid likström ($\omega = 0$).
- Bestäm en formel för vinkelfrekvensen då effektutvecklingen är maximal. Tips: Vid vilken frekvens blir nämnaren hos P minimal? Kommentera!
- Beräkna maximala effekten.
- Skissera en graf för hur P varierar med ω .
- Jämför ditt resultat för ω_r med resonansfrekvensen för kretsen på sidan 249 i elläroboken. Jämför även $P(\omega)$ för de två kretsarna. Skillnader och likheter?
- Bestäm $P(\omega)$ om kretsen på sidan 249 istället ansluts till en ideal *strömkälla*. Jämför med resultatet från deluppgift g).

AC16. En last med resistansen R_L är ansluten till en spänningskälla ("generator") med inre resistansen R_G . Om $R_L \neq R_G$ så blir inte effektutvecklingen i lasten maximal.

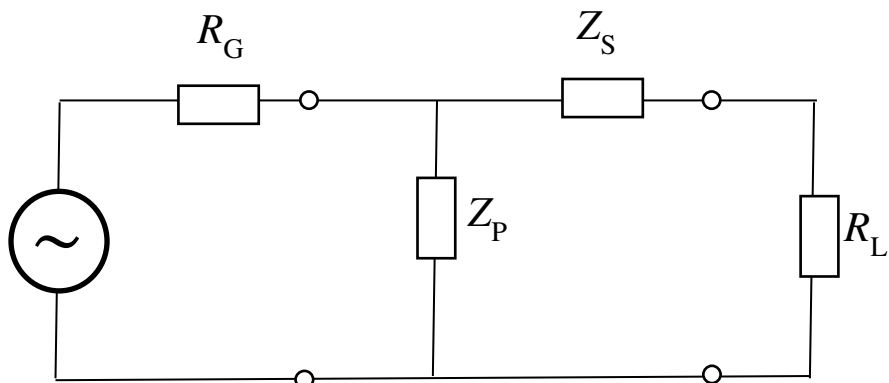


En effektanpassning av lasten till generatoren kan bl.a. göras genom ett anpassningsnät placeras mellan källan och lasten. En typ av anpassningsnät är ett s.k. "L-nät", där två reaktiva komponenter (en induktor och en kondensator), en serieimpedans $Z_S = jX_S$ respektive en parallellimpedans $Z_P = jX_P$ ansluts enligt schema A eller B:

A. Om $R_L > R_G$ så används följande koppling:



B. Om $R_L < R_G$ så används följande koppling:



Diskutera anledningen till näten får olika utseende beroende på om lasten eller generatoren har högst resistans!

AC17.

- Sätt $R_L = 500 \Omega$, $R_G = 50 \Omega$. Avgör vilken koppling (A eller B) ska användas och bestäm X_S och X_P .
- Anpassning skall råda vid vinkelfrekvensen 1 Mrad/s. Välj den seriekopplade komponenten till induktor och den parallellkopplade komponenten till kondensator och beräkna induktans respektive kapacitans.
- Välj istället den seriekopplade komponenten till kondensator och den parallellkopplade komponenten till induktor och beräkna kapacitans respektive induktans.
- Kretsarna ger perfekt anpassning endast vid en vinkelfrekvens. Hur skiljer sig kretsarna i b & c vad gäller deras egenskaper vid frekvenser som mycket lägre respektive mycket högre än den anpassningen dimensionerats för?

AC18. Gör om uppgift **AC17bc** om anpassning ska råda vid $\omega = 100$ krad/s.

AC19. Gör om uppgift **AC17bc** $R_L = 130 \Omega$, $R_G = 50 \Omega$ och $\omega = 10$ krad/s.

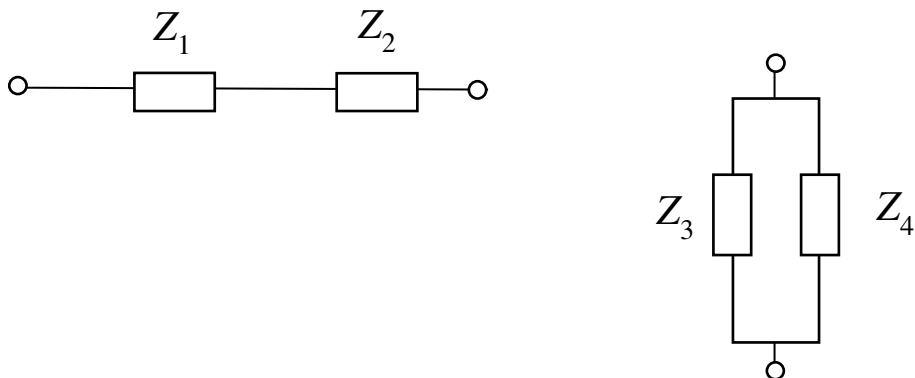
AC20. Gör om uppgift **AC17abc** om $R_G = 500 \Omega$, $R_L = 50 \Omega$, först med $\omega = 1$ Mrad/s och sedan med $\omega = 100$ krad/s.

AC21. L-nät fungerar även om generator och/eller last har en komplex impedans.

- Gör om uppgift **AC17abc** om $Z_G = 20 + j10 \Omega$, $Z_L = 50 \Omega$, $\omega = 100$ krad/s.
- Gör om uppgift **AC17abc** om $R_G = 50 \Omega$, $Z_L = 100 + j20 \Omega$, $\omega = 100$ krad/s.

AC22. Använd fallen i uppg. **AC17** and **AC20** och rita grafer (använd datorhjälpmedel) som visar hur spänningen över lastresistansen varierar med vinkelfrekvensen. Generatorns toppvärde sätts till 1 volt.

AC23 En seriekrets (Z_1, Z_2) skall ersättas med en parallellkrets (Z_3, Z_4) så att de har samma sammanlagda impedans vid $\omega = 10^4$ rad/s. Bestäm Z_3, Z_4 och ange vilken typ av komponenter skall väljas.



- Z_1 är en resistor med $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ och Z_2 är en induktor med $L = 100 \text{ mH}$,
- Z_1 är en resistor med $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ och Z_2 är en kondensator med $C = 100 \text{ nF}$.
- Ändra vinkelfrekvensen till $\omega = 10^5$ rad/s och gör om a) & b).
- Ändra vinkelfrekvensen till $\omega = 10^3$ rad/s och gör om a) & b).
- Rita grafer (använd datorhjälpmedel) för fallen i a) & b) som visar hur sammanlagda impedansens belopp varierar med vinkelfrekvensen (i närheten av $\omega = 10^4$ som parallellkretsen dimensionerades för) för serie- respektive parallellkopplingen. Inom vilket vinkelfrekvensintervall kring $\omega = 10^4$ avviker beloppen med mindre än 10%?

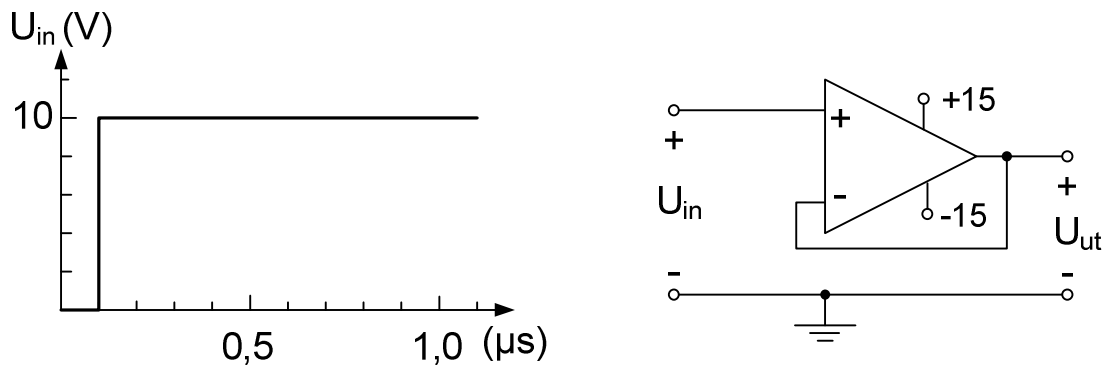
Elektronik (EL)

Uppgifter ur **elektronik**boken: 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 5.5, 5.8, 5.10, 8.1, 8.2, 8.3, 9.1, 9.3, 9.2, 9.4, 9.5, 11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5, 11.7, 15.1, 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9, 7.1, 7.2, 7.3

EL1. En operationsförstärkare har följande data enligt databladet:

Råförstärkning	200 000 ggr
Övre gränsfrekvens	20 Hz
CMRR	86 dB
Slew rate	16 V/ μ s
Inresistans	$10^{12} \Omega$

Förstärkaren kopplas enligt nedanstående schema och insignalen består av en stegspänning enligt figuren.

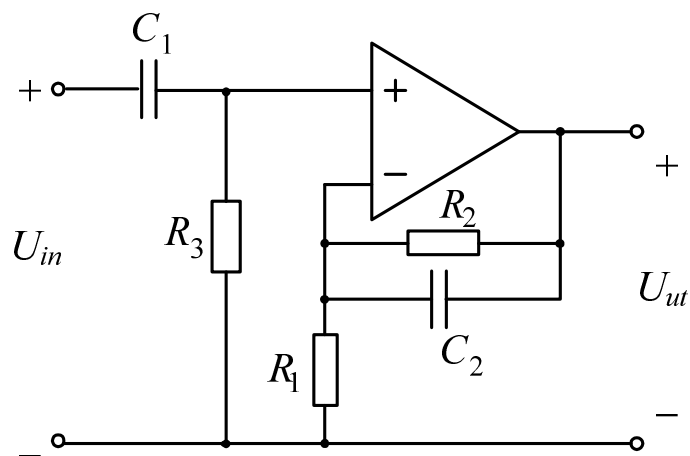


- Vad kallas kopplingen?
- Skissa utspänningen U_{ut} som funktion av tiden.
- Vilken är den högsta amplitud en sinusspänning med frekvensen 100 kHz kan ha på ingången utan att utspänningen blir förvrängd?

EL2. Nedanstående förstärkarsteg har följande komponentvärden:

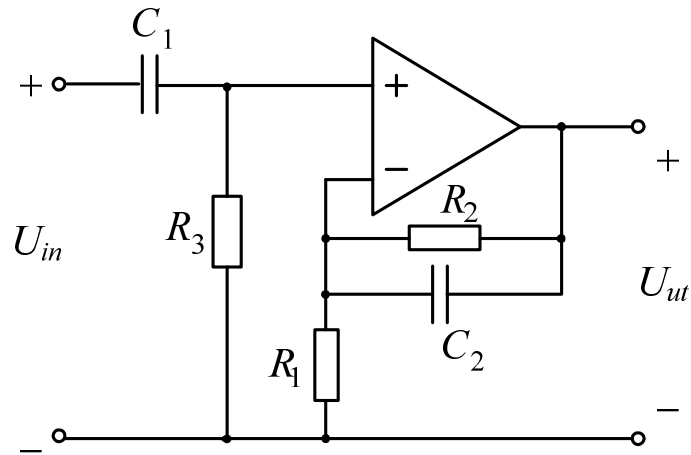
$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 68 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 150 \text{ pF}$.

Operationsförstärkaren har en förstärknings-bandbreddsprodukt på 3 MHz.



- Bestäm undre gränsfrekvensen.
- Bestäm maximala förstärkningen i dB.
- Skissa förstärkarens frekvensgång inom frekvensområdet 0,1 Hz till 10 MHz.

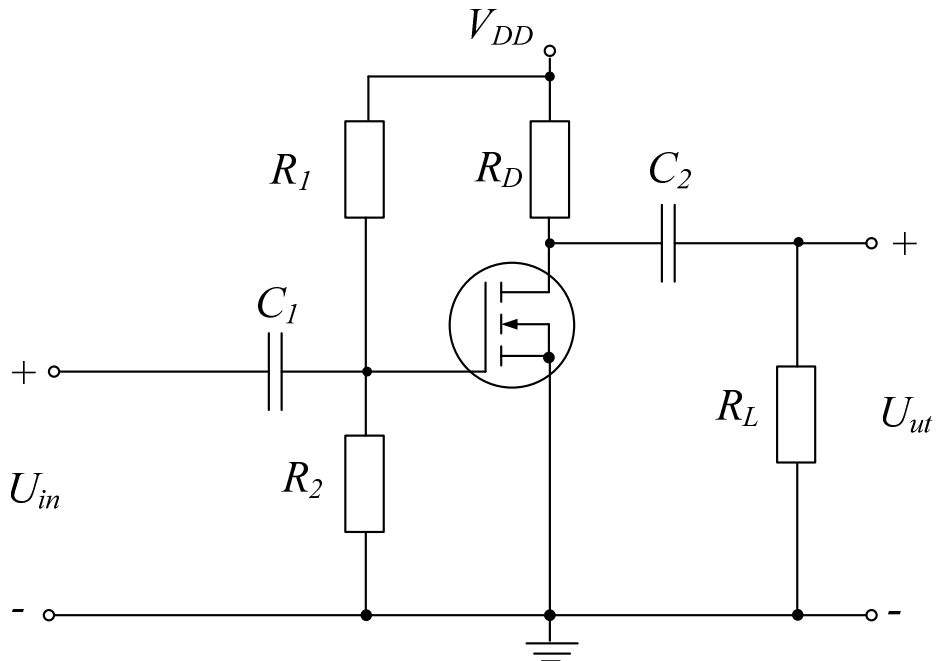
EL3. Betrakta förstärkarkopplingen i schemat nedan



Låt $R_1 = 1\text{k}\Omega$ $R_2 = 47\text{k}\Omega$ $R_3 = 470\text{k}\Omega$ $C_1 = 1\mu\text{F}$ $C_2 = 10\text{nF}$

- Hur stor är förstärkarens maximala förstärkning?
- Bestäm förstärkarens frekvensfunktion så förenklad som möjligt på vanlig form.
- Skissa amplitudfunktionens graf, dvs förstärkningen som funktion av frekvensen.
- Skissa amplitudfunktionens graf om man också tar hänsyn till att operationsförstärkaren har en förstärknings-bandbreddsprodukt på 1MHz.

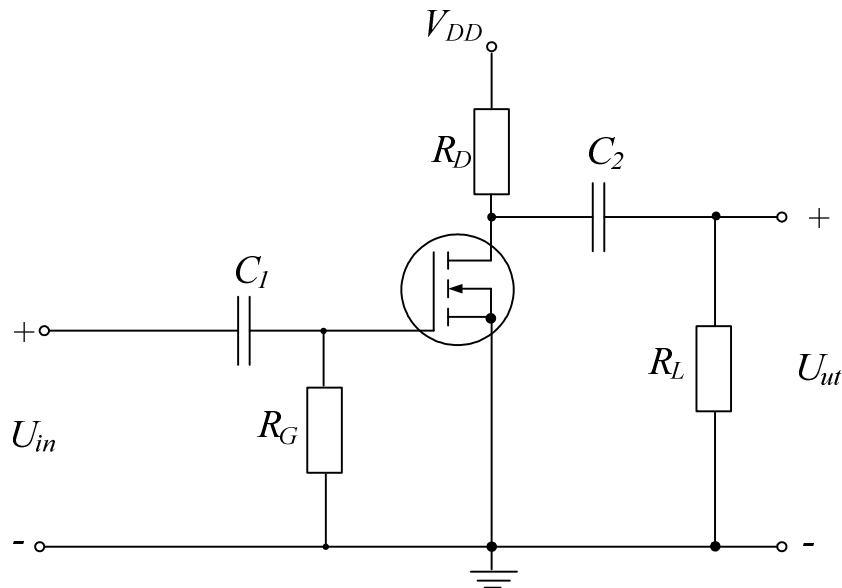
EL4. Ett förstärkarsteg är kopplat enligt nedanstående figur:



$V_{DD} = 15\text{ V}$, $R_1 = 820\text{ k}\Omega$, $R_2 = 270\text{ k}\Omega$, $R_D = 1,8\text{ k}\Omega$, $R_L = 10\text{ k}\Omega$, $C_1 = C_2 = 10\text{ }\mu\text{F}$.
Transistorn har en tröskelspänning U_T på $+1,0\text{ V}$ och har strömmen $I_D = 10\text{ mA}$ då $U_{GS} = 5\text{ V}$. Kretsen skall användas för frekvenser mellan 2 kHz och 200 kHz .

- Vad är det för typ av transistor?
- Vad är det för typ av förstärkarsteg? Motivera!
- Bestäm spänningen U_{GSQ} vid transistorns vilopunkt.
- Bestäm strömmen I_{DQ} genom transistoren vid transistorns vilopunkt.
- Bestäm spänningen U_{DSQ} vid transistorns vilopunkt.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler i det aktuella frekvensområdet.
- Beräkna kretsens spänningsförstärkning.
- Beräkna kretsens inresistans.
- Beräkna kretsens utresistans.

EL5. Ett förstärkarsteg är kopplat enligt nedanstående figur:



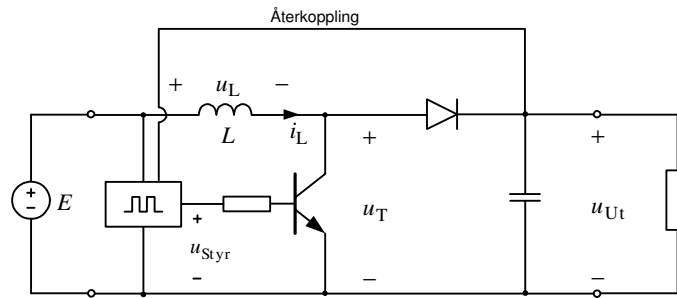
$V_{DD} = 15 \text{ V}$, $R_G = 1 \text{ M}\Omega$, $R_D = 1,5 \text{ k}\Omega$, $R_L = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 10 \text{ }\mu\text{F}$.

Transistorn har en tröskelspänning U_T på $-1,0 \text{ V}$ och har strömmen $I_D = 5 \text{ mA}$ då $U_{GS} = 0 \text{ V}$. Kretsen skall användas för frekvenser mellan 200 Hz och 20 kHz .

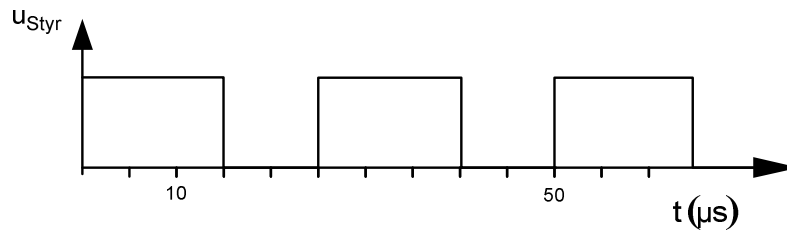
Notera att tröskelspänningen här är negativ. Transistorn som används är en NMOS av utarmningstyp (de flesta uppgifter ni gör har en transistor av anrikningstyp och då är $U_T > 0$). Strikt sett är schemats transistorsymbol fel, då för utarmningstyp ska linjen som symboliserar kanalen mellan drain och source vara heldragen.

- Bestäm transistorns vilopunkt (U_{GSQ} , I_{DQ} , U_{DSQ}).
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler i det aktuella frekvensområdet.
- Beräkna kretsens spänningsförstärkning.
- Beräkna kretsens inresistans och utresistans.

EL6. I kretsen nedan visas en switchande omvandlare.



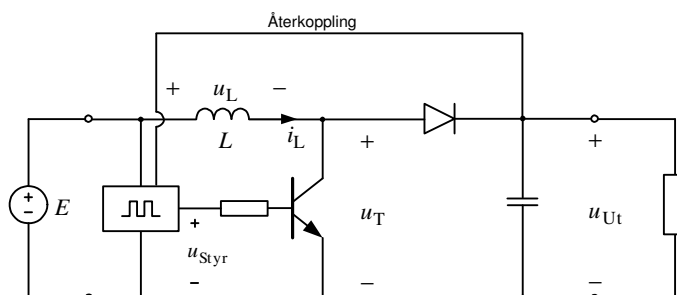
Vid ett visst tillfälle ger styrkretsen följande spänning u_{Styr} :



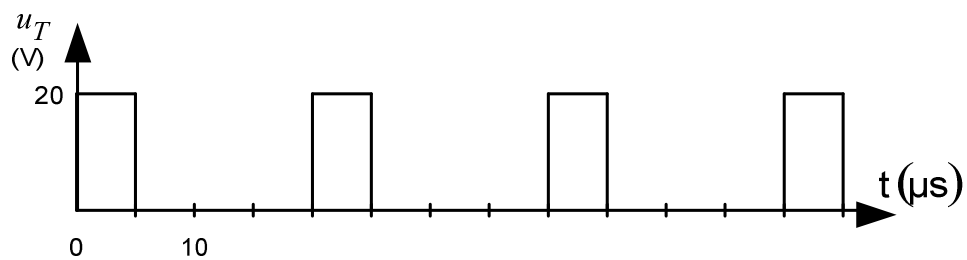
Sätt $E=6,0$ V.

- Vilken typ av omvandlare är det? Motivera!
- Skissa utseendet för spänningen u_T . Motivera!
- Skissa utseendet för spänningen u_L . Motivera!

EL7. Figuren nedan visar ett schema för en switchad DC/DC-omvandlare.

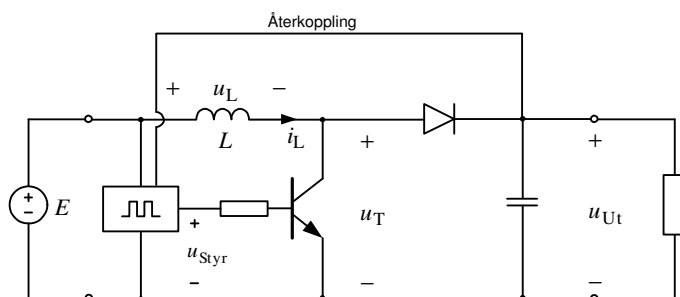


Vid ett visst tillfälle uppmättes följande spänning u_T :

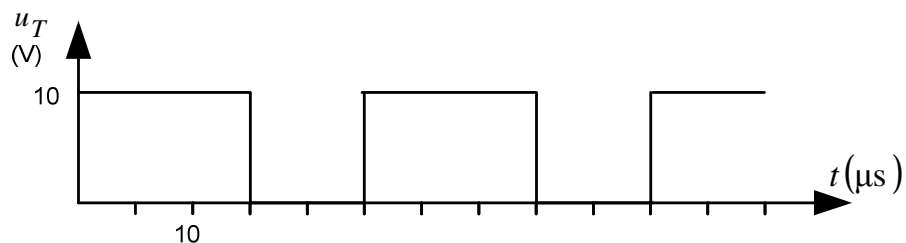


- Vilken pulskvot δ har spänningen u_{Styr} ?
- Hur stor är switchfrekvensen f_s ?
- Hur stor är spänningen u_{Ut} ?
- Hur stor är spänningen E ?

EL8. Figuren nedan visar ett schema för en switchad DC/DC-omvandlare.

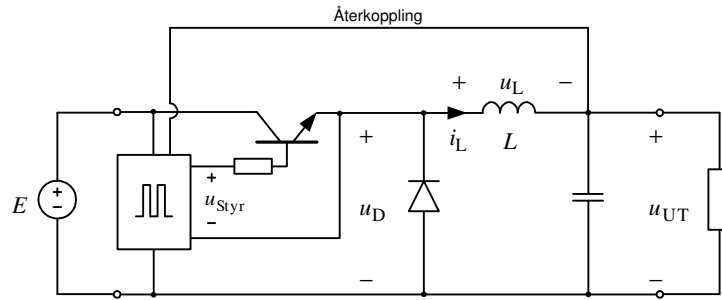


Vid ett visst tillfälle uppmättes följande spänning u_T :

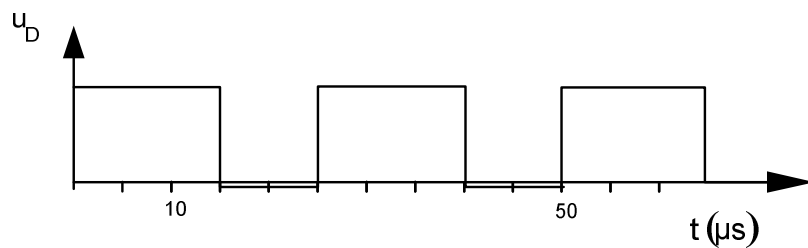


- Vilken pulskvot δ har spänningen u_{Styr} ?
- Hur stor är spänningen u_{Ut} ?
- Hur stor är spänningen E ?

EL9. Figuren nedan visar ett schema för en switchad DC/DC-omvandlare.



Vid ett visst tillfälle ger styrkretsen följande spänning u_D :



- Vilken typ av omvandlare är det? Motivera!
- Med $E = 12 \text{ V}$ hur stor blir då utspänningen u_{UT} ?
- Skissa utseendet för spänningen u_{Styr} . Motivera!
- Skissa utseendet för spänningen u_L . Motivera!

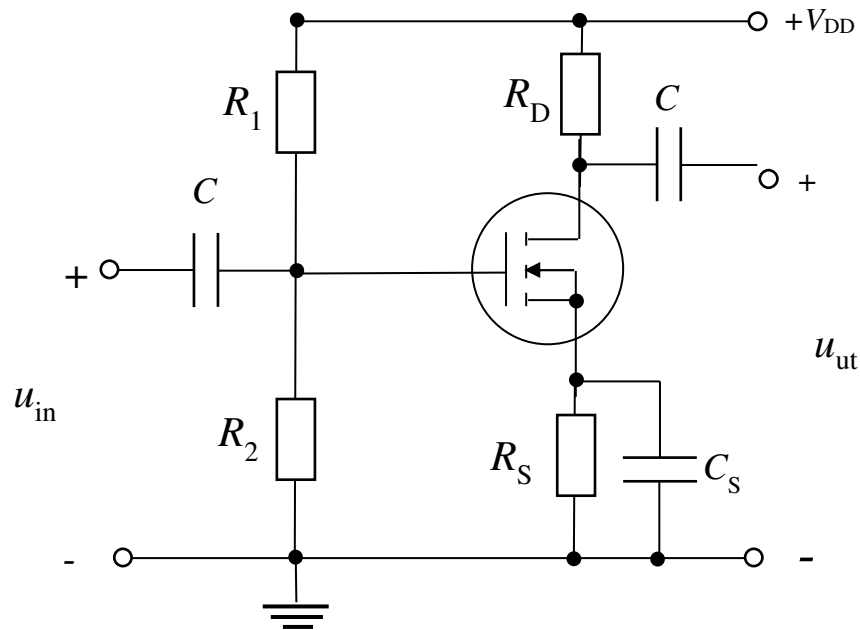
EL10. Studera den inverterande DC/DC-omvandlaren (buck-boost converter) i figur 15.26 i Molins bok.

- Härled formeln 15.28.
- För vilka värden på pulskvoten δ blir $|U_{UT}| < |U_{IN}|$? Omvandlaren har då step-down karaktär fast med ombytt polaritet.
- För vilka värden på pulskvoten δ blir $|U_{UT}| > |U_{IN}|$? Omvandlaren har då step-up karaktär fast med ombytt polaritet.
- Bestäm U_{UT}/U_{IN} om $\delta = 0,5$. Kommentera resultatet.

EL11. Om strömmen genom induktorn går ner till noll under en switchningperiod säger man att omvandlaren arbetar i diskontinuerlig mod. För vilka värden på induktansen inträffar detta i kopplingarna enligt uppgift EL6 respektive EL9. Sätt belastningsströmmen i båda fallen till $I_{UT} = 180 \text{ mA}$.

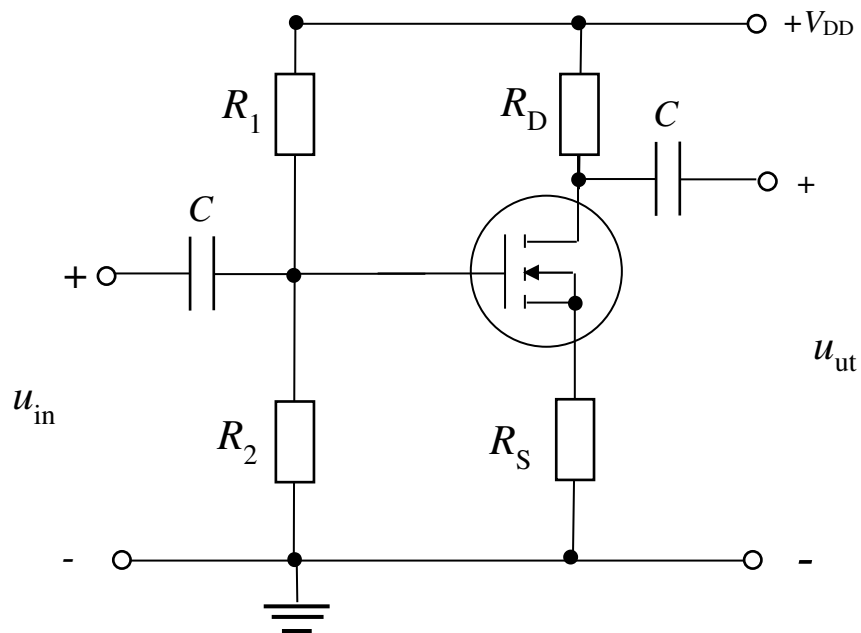
EL 12. Kretsschemat nedan visar ett GS-kopplat (gemensam source) transistorsteg.

- Rita ekvivalent schema för vilopunktsberäkningar.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler.
- Härled formler för spänningsförstärkning, inresistans och utresistans.



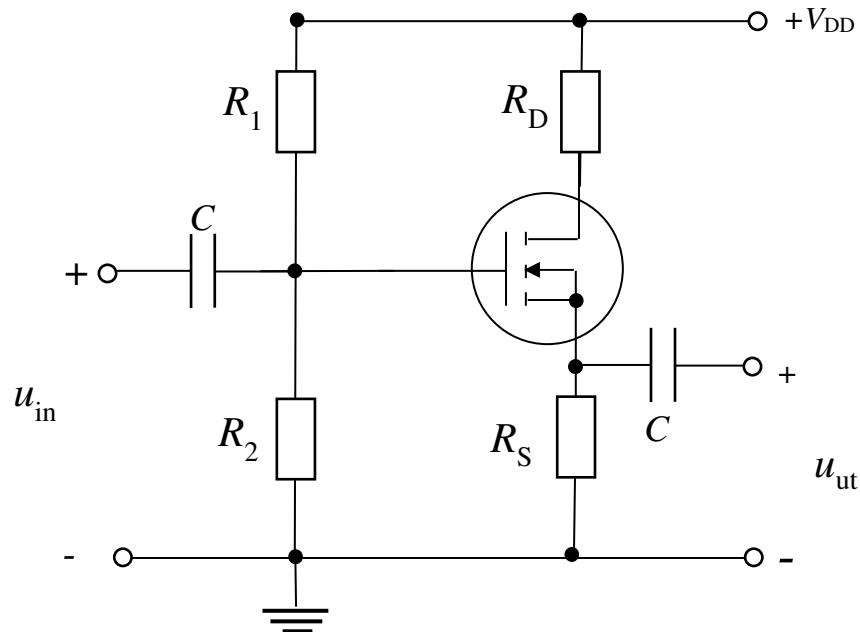
EL 13. Kretsschemat nedan visar ett GS-kopplat (gemensam source) transistorsteg.

- Rita ekvivalent schema för vilopunktsberäkningar.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler.
- Härled formler för spänningsförstärkning, inresistans och utresistans.
- Jämför resultatet för kretsarna i EL12 och EL13. Hur påverkar sourcekondensatorn vilopunkten respektive storheterna i fråga c)?



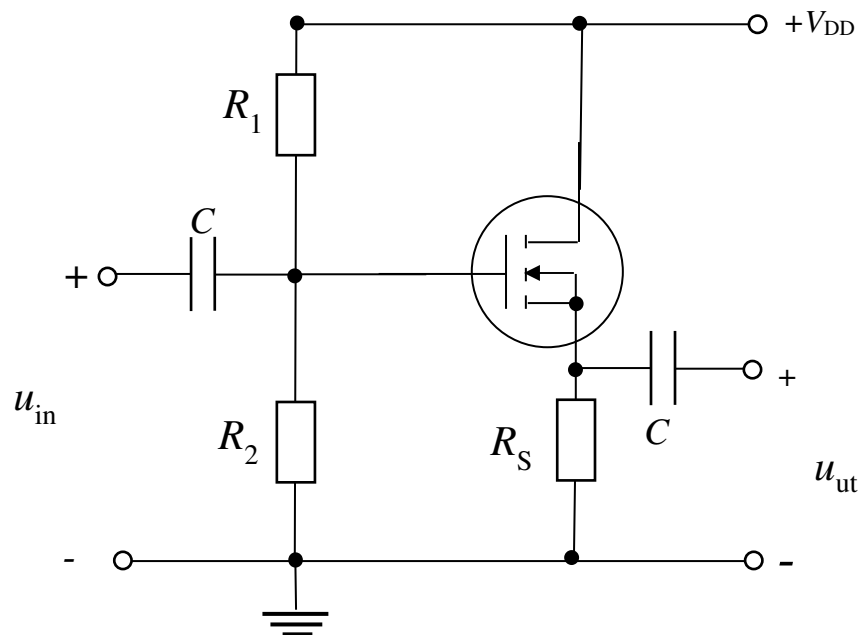
EL 14. Kretsschemat nedan visar ett GD-kopplat (gemensam drain, sourceföljare) transistorsteg.

- Rita ekvivalent schema för vilopunktsberäkningar.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler.
- Härled formler för spänningsförstärkning, inresistans och utresistans.



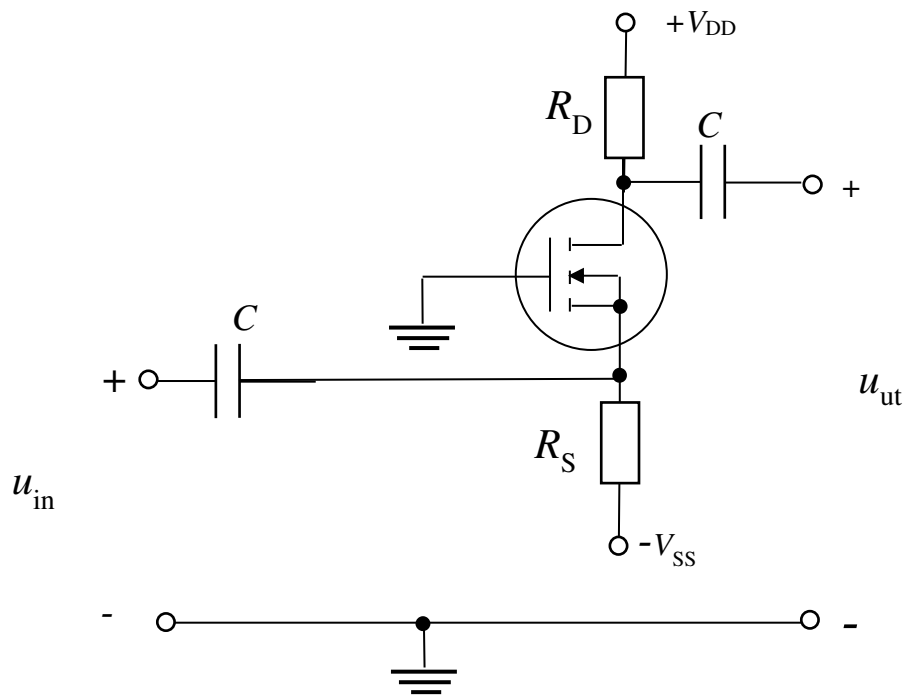
EL 15. Kretsschemat nedan visar ett GD-kopplat (gemensam drain, sourceföljare) transistorsteg.

- Rita ekvivalent schema för vilopunktsberäkningar.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignaler.
- Härled formler för spänningsförstärkning, inresistans och utresistans.
- Jämför resultatet för kretsarna i EL14 och EL15. Hur påverkar drainresistorn vilopunkten respektive storheterna i fråga c)?



EL 16. Kretsschemat nedan visar ett GG-kopplat (gemensam gate) transistorsteg.

- Rita ekvivalent schema för vilopunktsberäkningar.
- Rita ekvivalent beräkningsschema för småsignalerna.
- Härled formler för spänningsförstärkning, inresistans och utresistans.



Elektromagnetism och högre frekvensteknik (EM)

Uppgifter ur **ellärboken**: 11.1, 11.3, 11.4, 11.8, 11.9, 11.10, 11.13, 11.15, 12.1, 12.2, 12.3, 12.7, 12.8, 12.9, 12.11, 12.14, 12.15, 12.16, 12.17, 12.18, 12.19, 12.22, 12.27 Kolla med ny utgåva på boken!

Uppgifter ur **elektronikboken**: 17.1, 17.2

EM0. Skissera elektriska fältet för följande laddningsfördelningar:

- a) en positivt laddad sfär, cylinder respektive platta,
- b) en negativt laddad sfär, cylinder respektive platta,
- c) två laddade plattor (med motsatt polaritet),
- d) en elektrisk dipol,
- e) pn-övergång i en diod (modelleras som två bredvidvarandra liggande rätblock med positiv respektive negativ laddning homogent fördelat inom respektive block).

f) Använd Gauss lag och bestäm E -fältets styrka i deluppgift a.

Skissera magnetfältet för följande strömgeometrier:

- g) en rak, lång, ledare,
- h) en lång platta (ena ledningen i en plattledning),
- i) en cirkulär slinga,
- j) en solenoid,
- k) en toroid.

l) Använd Amperes lag och bestäm B -fältets styrka i deluppgift g, h och j.

m) Härled formler för Poyntingvektorn i en plattledning respektive en koaxialledning.

EM1. En metallkula med radien 3,0 cm har ett överskott av positiv laddning. Kulan befinner sig i luft. Den elektriska hållfastheten för luft är ungefär $3 \cdot 10^6$ V/m; högre fältstyrkor leder alltså till att molekyler i luft joniseras, gnistor bildas och kulan urladdas.

- a) Rita en skiss av det elektriska fältet *utanför* kulan.
- b) Hur stor är fältstyrkan *inne* i kulan?
- c) Hur stor är den *största* möjliga positiva överskottsladdning som kulan kan ha?
- d) Hur stor är den *minsta* möjliga positiva överskottsladdning som kulan kan ha?

EM2. Tänk dig en satellit i form av metallkula med radien 0,5 meter. Via kollisioner med elektroner och protoner i jordens jonosfär har satelliten laddats upp till -100 pC.

- a) Hur stor är elektriska fältstyrkan *precis utanför* satelliten.
- b) Hur stor är elektriska fältstyrkan *inne* i kulan? Motivera svaret ordentligt!
- c) Har satellitens yta en högre, lägre eller samma *potential* som rymden precis utanför ytan? Motivera svaret ordentligt!

EM3.

- a) Skissera effektfödet (Poyntingvektorn) i en krets bestående av en likspänningskälla och en resistor.
- b) Hur blir fältbilden för effektfödet om batteriets poler kastas om?

EM4.

- Skissera effektlödet (Poyntingvektorn) i en krets bestående av en likspänningskälla ansluten till en seriekoppling av en resistor och en kondensator. Likspänningskällan kopplas in vid tiden $t=0$.
- Hur stor är Poyntingvektorn när kondensatorn är fullt uppladdad?

EM5. Betrakta en plattledning som förbinder en likspänningskälla med en $75\ \Omega$ last. Ledningen har längden 5 meter, plattbredden 10 mm och plattavståndet 1,0 mm. Isoleringsmaterialet mellan ledarna är luft och maximalt tillåten $E=300\text{ kV/m}$.

- Rita en skiss som visar hur E -, B -, respektive S -fältet är riktade mellan ledarna.
- Bestäm maximal effekt som kan överföras.
- Hur stor är den magnetiska flödestätheten när maximal effekt överförs?
- Ledaren som är ansluten till källans minuspol är jordad. Vilken potential har den andra ledaren när maximal effekt överförs?
- Bestäm laddningen hos respektive ledare när maximal effekt överförs.
- Bestäm kapacitansen per meter ledare.

EM6. Betrakta en koaxialledning som förbinder en likspänningskälla (inställd på 40 volt) med en $50\ \Omega$ last. Koaxialledningen har längden 5 meter, innerradien 0,406 mm och yterradien 1,48 mm. Materialet mellan ledarna har relativa permittiviteten 2,26 och relativa permeabiliteten 1,00.

- Rita en skiss som visar hur E -, B -, respektive S -fältet är riktade mellan ledarna.
- Rita grafer som visar hur storleken hos den elektriska fältstyrkan, magnetiska flödestätheten respektive Poyntingvektorn varierar som funktion av positionen. Bestäm särskilt deras största och minsta värde och var i ledningen dessa värden inträffar.
- Spänningskällans minuspol är ansluten till ytterledaren som är jordad. Vilken laddning har inner- respektive ytterledaren?
- Bestäm kapacitansen per meter ledare.

EM7. Tillägg till uppg.11.9 i boken:

- Använd Poyntingvektorn för att beräkna förlusteffekten i ledningen (Bestäm först magnetfältet vid ledningens mantelyta och beräkna sedan effektlödet in i ledningen). Jämför med effektuttrycket från "vanlig kretsteori".
- Rita hur E -, B , resp. S -fältet är riktade inne i ledaren. Skissera även laddningsfördelningen.
- Antag nu att spänningen över ledaren alstras av en växelspänningskälla (med frekvensen 1 MHz och amplituden 28,4 mV). Beräkna ledningsströmmen och förskjutningsströmmen genom resistorn. Ledningen har $\epsilon = \epsilon_0$, tvärsnittsarean $= 3,5\text{ mm}^2$ och ledningsförmågan (konduktiviteten) $= 6 \cdot 10^7\text{ S/m}$.
- Rita ett kretsschema som ger en ekvivalent modell av ledningen i form av en resistor och en kondensator.

EM8. Tillägg till uppg. 11.13 i boken: Antag att dubbelledningen förbinder en likspänningskälla med spänningen 10 kV med en last på $1000\ \Omega$ belastning. Bestäm elektriska fältstyrkan och magnetiska flödestätheten i en punkt mitt emellan ledarna.

EM9. Tillägg till uppg. 11.15 i boken: Bestäm kretsens resistans, samt den totala energin som omsätts i resistorn respektive lagras i kondensatorn under uppladdningen.

EM10.

- Studera uppladdning av kondensatorn i en RC -krets ansluten till en likspänningskälla och verifiera att *ledningsströmmen* i anslutningsledningarna till kondensatorn är lika stor som *förskjutningsströmmen* i området mellan plattorna.
- Visa att sambandet $i=u/X$ för en kondensator (då signalen har en sinusformad tidsvariation), där X är reaktansen, i själva verket beskriver förskjutningsströmmen mellan plattorna.

EM11. Betrakta en förlustbehäftad plattkondensator med cirkulära plattor: plattavståndet är 5 mm och plattarean 5 cm^2 . Materialet mellan plattorna har relativa permittiviteten 2,25 och konduktiviteten $1\ \mu\text{S/m}$. Att konduktiviteten inte är noll innebär att "vanlig" ström kan "läcka" genom isoleringsmaterialet mellan kondensatorplattorna.

- Beräkna kondensatorns kapacitans och resistans. Hur ser det ekvivalenta kretsschemat ut för denna kondensator? Hur ändras schemat om hänsyn tas till induktansen hos anslutningsledningarna? Diskutera kondensatorns egenskaper som funktion av frekvensen.
- En växelspänningskälla med $u=40\cos(2\pi 10^4 t)$ volt ansluts till kondensatorn. Beräkna ledningsströmmen, förskjutningsströmmen och totala strömmen mellan plattorna.
- Vilken av de två strömmarna dominerar vid låga respektive höga frekvenser? Vid vilken frekvens blir förskjutnings- och ledningsströmmarna lika stora?
- Kondensatorn har laddats upp med en likspänning på 25 volt och spänningskällan kopplas bort. Uppskatta hur lång tid det tar innan kondensatorn har urladdats på grund av sin "läckresistans".

EM12. Betrakta koaxialledningen från uppgift EM6. Om isolermaterialet mellan ytter- och innerledaren har konduktiviteten $1\ \mu\text{S/m}$, hur stor blir resistansen mellan dem? Hur stor är tätheten (uttryckt i ampere per kvadrat meter) för "läckströmmen" precis utanför innerledaren?

EM13. Tänk dig en plattkondensator med plattarean A och plattavståndet d . Mellanrummet mellan plattorna består av två olika material, med permittiviteter ϵ_1 respektive ϵ_2 . Rita ekvivalent kretsschema och bestäm en formel för kondensatorns kapacitans om:

- de två materialen båda har arean A och tjockleken $d/2$ (d.v.s. ligger staplade ovanpå varandra),
- de två materialen har båda tjockleken d och arean $A/2$ (d.v.s. ligger bredvid varandra).

EM14. Två strömförande parallella ledare ligger placerade enligt figur. Avståndet mellan ledarna är 2 mm.



- a) De två ledarna utövar en kraft på varandra. Är den repulsiv eller attraktiv? Motivera!
- b) Antag att ledarparet utgör en vanlig dubbelledning som används i elsladdar till hushållsapparater, lampor etc. i hemmet. Vad kan man säga om sladdens bidrag till styrkan hos den magnetiska flödestätheten i rummet där sladden är inkopplad till elnätet (dvs är den källa för betydande magnetfält i hemmet)?

EM15. Strömmen 3 A flyter i en kvadratisk slinga med sidan 6 cm. Bestäm totala magnetiska flödestätheten i slingans centrum.

EM16.

- a) Bestäm induktansen per meter ledare för en plattledning med plattavståndet 1,0 mm och plattbredden 5,0 mm. Materialet mellan ledarna har relativa permittiviteten 4,0 och relativa permeabiliteten 1,0. Antag att ledarna är mycket tunna (bidraget till induktansen från magnetfältet inne i plattorna kan då försummas).
- b) Bestäm induktansen per meter ledare i en koaxialledning med innerradien 0,406 mm, yterradien 1,48 mm, relativa permittiviteten 2,26 och relativa permeabiliteten 1,00. Antag att ytterledaren är mycket tunn och försumma bidraget till induktansen pga magnetfältet inne i innerledaren.

EM17. Rita ett ekvivalent kretsschema för en resistor. Beakta förutom resistansen, även induktansen i tråden och anslutningsledningar samt kapacitansen. Diskutera resistorns egenskaper som funktion av frekvensen.

EM18. Rita ett ekvivalent kretsschema för en spole. Beakta förutom induktansen, även resistansen i tråden samt kapacitansen mellan lindningsvarven. Diskutera spolens egenskaper som funktion av frekvensen. Bestäm spolens självresonansfrekvens och Q -värdet (vid resonans) om $L=1 \text{ mH}$, $C=5 \text{ pF}$ och $R=15 \text{ }\Omega$.

EM19. En elektriskt ledande vätska flödar i ett rör (av icke-ledande material) med ett kvadratisk tvärsnitt med sidlängden 4 cm. Kring röret har man placerat en mätsond som ger ett magnetfält ($B=0,5 \text{ T}$) som genomkorsar vätskan vinkelrätt mot vätskans flödesriktning. Mätsonden har också två elektroder placerade så att de står vinkelrätt mot såväl vätskeflödet som magnetfältet. Spänningen mellan elektroderna mäts till 25 mV. Vilken fart har vätskeflödet? [Samma metod kan användas för mätning av flöden i blodkärl, se t.ex. *American Journal of Physics* volym 78, sid. 970]

EM20. Under våren 2007 genomfördes satellitexperimentet ”*Multi-Application Survivable Tether (MAST)*” som skall utföra tester på en 1 km lång ledare (kallas för ”space tether” på engelska) som kablas ut från en av de satelliter som deltar i experimentet.

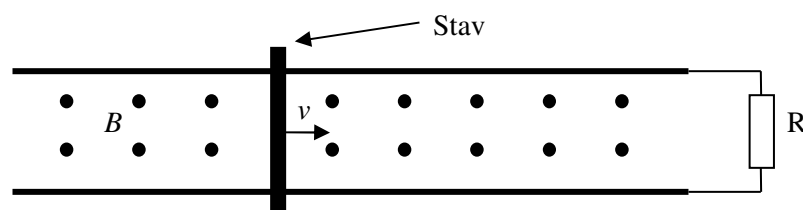
En ”space tether” skulle kunna användas till att generera elektrisk energi. Antag att en sådan 1 km lång ledning hänger ner från en satellit i bana kring jorden. Satelliten rör sig med farten 8000 m/s. Vid aktuell banhöjd kan flödestätheten hos jordens magnetfält sättas till $3 \cdot 10^{-5}$ T. vad är den högsta respektive lägsta spänningen som kan induceras mellan ledarens ändpunkter?

EM21. Som alternativ till traditionella raketmotorer som använder kemiskt bränsle så finns motorer som använder den elektriska och magnetiska kraften. Detta har på 1990- och 2000-talet testats i framdrivning av bl.a. sonderna Deep Space 1 och SMART-1 (för bankorrigering av telekommunikationssatelliter har tekniken använts sedan 1960-talet). En variant är att accelerera joner av ädelgasen xenon med hjälp av det elektriska fältet mellan två ”plattor” som är anslutna till en spänningskälla. Plattorna är i form av galler så att jonerna kan slungas ut ur motorn vilket resulterar i en reaktionskraft som driver fram rymdfarkosten. En viktig storhet i detta sammanhang är den hastighet som jonerna slungas ut med.

Antag nu att spänning mellan de två gallren är 700 volt. Massan för en xenonjon är ca. $2,2 \cdot 10^{-25}$ kg och dess laddning är +1 elementarladdning. Med vilken fart slungas xenonjonerna ut ur motorn? Hur stor är ”dragkraften” om 5,3 milligram bränsle slungas ut per sekund? Hur hög elektrisk ström motsvarar flödet av xenonjonerna?

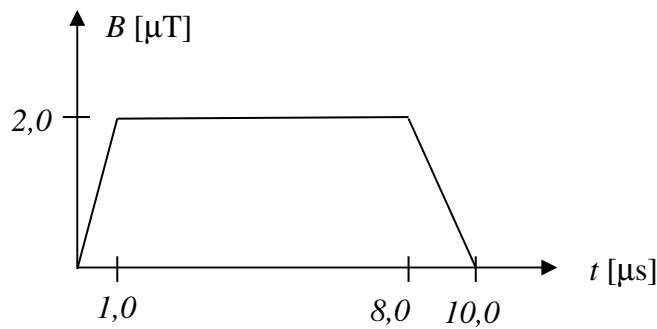
Ledning: $F_{drag} = v \cdot \frac{dm}{dt}$ där v är ”utsluningsfarten”.

EM22. En enkel generator utgörs av metallstav som ligger fritt på en räls bestående av två skenor med god ledningsförmåga. Antag att skenorna är kopplade till en last med resistansen 20Ω . Avståndet mellan skenorna är 0,25 m och ett magnetfält med flödestätheten 0,8 T genomkorsar området.



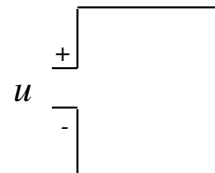
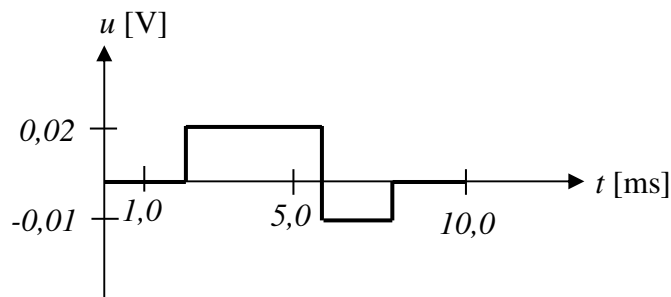
- Vid tiden $t=0$ börjar staven dras så att den får en konstant fart ($v=0,25$ m/s) i riktning mot resistorn. Bestäm den inducerade strömmens storlek och riktning. Motivera noga riktningen.
- Hur skall staven röras för att konstruktionen skall generera växelspanning i form av ett fyrkantpulsståg med pulsrepetitionsfrekvensen 10 Hz och spänningsnivåerna ± 1 volt?

EM23. En pulsformad elektromagnetisk signal tas emot med antenn som utgörs av en ledande cirkulär slinga med radien 0,5 m. Grafen nedan visar pulsens magnetiska flödestäthet som funktion av tiden.



- a) Antag att magnetfältet är riktat upp ur papprets plan. Rita en bild som visar hur slingan skall vara orienterad så att den i antennen inducerade ems:n (elektromotoriska spänningen) blir så stor som möjligt. Motivera ditt svar!
- b) Antennen kopplas till en mottagare, som vi kan modellera som en last med resistansen 50Ω . Bestäm storlek och riktning för strömmen som antennen matar mottagaren med vid följande tidpunkter: $t=0,5 \mu\text{s}$, $t=5,0 \mu\text{s}$ samt $t=9,0 \mu\text{s}$.

EM24. En kvadratisk slinga (25 varv tråd) med sidan 20 cm används för registrering av magnetfältet hos en okänd signal. Slingan ligger med sin öppning i papprets plan. Grafen nedan visar den i slingan inducerade spänningen som funktion av tiden. Bilden till höger visar slingan och polariteten hos den inducerade spänningen vid en tidpunkt då u räknas som positiv.



- a) Vid tiden $t=0$ är magnetfältet riktat in i pappret och har flödestätheten $10 \mu\text{T}$. Bestäm hur den uppmätta signalens magnetiska flödestäthet *ändras* (dvs om den ökar/minskar, samt förändringstakten mätt i tesla/sekund) vid följande tidpunkter: $t=1 \text{ ms}$, $t=4 \text{ ms}$ samt $t=7 \text{ ms}$.
- b) Rita en graf som visar magnetiska flödestätheten som funktion av tiden.

EM25. En elektromagnetisk puls rör sig längs en tänkt x-axel och infaller mot en rektangulär slinga med längden 0,5 m (i x-led) och bredden 0,25 m (i y-led). Slingan är orienterad så att slingans plan är vinkelrät mot pulsens B-fält. Pulsen har flödestätheten $0,1 \mu\text{T}$, pulslängden $1/3 \mu\text{s}$ och färdas med ljusets fart i vakuum. Bestäm i slingan inducerade ems:n som funktion av tiden. Vid passagen antas pulsen svepa förbi slingan i x-led och täcka slingan helt i y-led.

EM26. Tillägg till uppgifterna 12.15 och 12.17b i elläroboken: Beräkna B och H i järnkärnan samt luftgapet. För kretsen i 12.15: Sätt $A=2 \text{ cm}^2$, medelradie $=5 \text{ cm}$, järnkärnans $\mu_r=3000$.

EM27.

- a) Förklara orsaken till att *resistansen* hos en ledare är frekvensberoende.
 b) Resistansen hos en ledare med cirkulärt tvärsnitt kan beräknas med uttrycket

$$R = R_{DC} \cdot \frac{A}{2\pi \cdot r \cdot \delta} \quad (\text{gäller då } \delta \ll r)$$

där R_{DC} är resistansen vid likström, A är ledarens tvärsnittsarea, r är ledarens radie

och $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \sigma}}$ är det så kallade inträngningsdjupet ("skindjupet").

Beräkna δ och R för en ledare (längd 1 meter, radie 1 mm) bestående av koppar ($\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, $\mu_r = 1$) respektive stål ($\sigma = 10^7 \text{ S/m}$, $\mu_r = 1000$) vid följande frekvenser: 0 Hz, 50 Hz, 1 kHz och 1 MHz. Jämför också δ med radien. Kommentera resultatet!

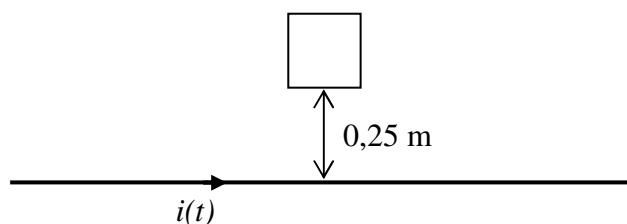
EM28. Betrakta en diod med 20 mm långa "ben". Benens radie är 0,2 mm, $\sigma = 3,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, $\mu_r = 1$). Vilken resistans får dioden vid frekvensen 10 MHz?

EM29. På kretskort kan man använda sig av en ledningstyp som kallas "mikrostrip". Den är en form av plattledning där plattorna är olika stora. Ena plattan utgörs av metallskiktet på kortets undersida och den andra plattan av en "metallremsa" på kortets översida.

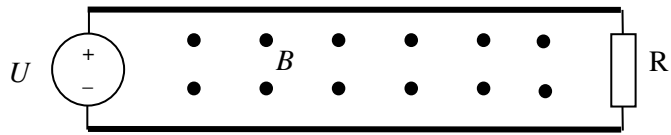
- a) Skissera E - och B -fältet kring kring en mikrostripledning.
 b) På vilka sätt kan signaler i två mikrostripledningar (två metallremsor på kortets ovansida) som ligger på samma kretskort störa varandra? Rita en bild som illustrerar hur störningar kan kopplas kapacitivt respektive induktivt mellan ledningarna.

EM30. En mycket lång, rak ledare genomflyts strömmen $i(t)$. För tiden $t < 0$ gäller att $i = 0$, medan för $t > 0$ gäller att $i(t) = 8(1 - \exp(-1000t))$ ampere [$\exp$ står för exponentialfunktionen, tiden anges i sekunder]. En kvadratisk slinga med sidlängden 5 cm är placerad nära den raka ledaren enligt figur.

- a) Vilken riktning får den i slingan inducerade strömmen? (1p)
 b) Slingans resistans är 100Ω . Bestäm den i slingan inducerade strömmen som funktion av tiden. Rita en graf. (3p)

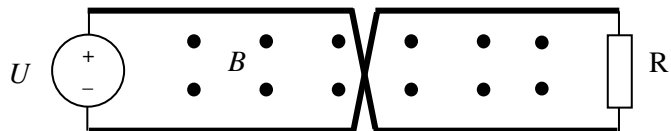


EM31. Betrakta följande krets:



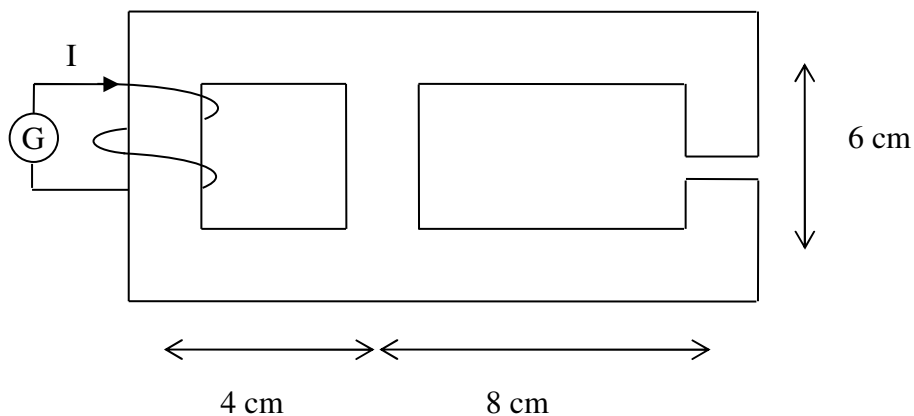
a) Slingan genomkorsas av ett magnetfält p.g.a. en annan källa. Vid tiden $t=0$ börjar magnetfältet öka i styrka så att $dB/dt > 0$. Hur påverkas strömmen genom resistorn av magnetfältökningen?

b) Antag nu att anslutningstråden tvinnas så att den får följande utseende (ingen elektrisk kontakt där ledningarna korsar varandra):



Vid tiden $t=0$ börjar magnetfältet öka i styrka så att $dB/dt > 0$. Hur påverkas strömmen genom resistorn av magnetfältökningen?

EM32. Betrakta en magnetisk krets enligt nedanstående figur. Generatoren matar lindningen (250 varv) med likström. Luftgapet är 4 mm. Järnkärnan har tvärsnittsarean $1,5 \text{ cm}^2$ och relativa permeabiliteten 4000. Bestäm vilken strömstyrka som krävs för att den magnetiska fältstyrkan i luftgapet ska bli $5 \cdot 10^4 \text{ A/m}$.



EM33. Betrakta en plattkondensator med cirkulära plattor (radie r , plattavståndet d). Kondensatorn laddas upp så att $\mathbf{E}$ -fältet mellan plattorna växer linjärt med tiden.

Uppladdningen startar vid tiden noll och efter tiden t är den i kondensatorn upplagrade

energin $W = \frac{\epsilon \cdot \hat{E}^2}{2} \cdot V$, där V är volymen mellan plattorna och $\hat{E}$ är toppvärdet hos $\mathbf{E}$ -fältet vid tiden t .

Bestäm, med hjälp av Poyntingvektorn, effekten som flödar in i området mellan plattorna, och visa att den överensstämmer med förändringstakten hos den upplagrade energin. Visa också att effektförflödet är riktat *in* i området genom att studera riktningen hos Poyntingvektorn.

EM34. Betrakta ett cylinderformat område (höjd h , radie r) med ett homogent magnetfält riktat längs symmetriaxeln (så som i en solenoid). I området finns inga fria laddningar eller strömmar. Magnetiska flödestätheten avtar linjärt med tiden.

Härled en formel för Poyntingvektorn i områdets rand (d.v.s. på avståndet r från axeln)

Utred också om den elektromagnetiska energin i området är konstant, ökar eller minskar med avseende på tiden.

EM35. Betrakta en resistor i form av ett cylinderformat område (höjd h , radie r) med en homogen strömfördelning, d.v.s. strömtätheten $\mathbf{J}$ är konstant i hela tvärsnittet och riktad längs symmetriaxeln. Materialet inom området har konduktiviteten σ siemens/meter. Bestäm en formel för Poyntingvektorn inom området, samt effektutveckling i området.

EM36. En ström med toppvärdet $\hat{I}$ och frekvensen 100 MHz drivs i en kort antenn (så kallad Hertz dipol). Detta resulterar i en elektromagnetisk våg där toppvärdena för elektriska och magnetiska fältstyrkan ges av uttrycken:

$$\hat{E} = \frac{f \cdot \mu \cdot \hat{I} \cdot l}{2 \cdot r}$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{E}}{120 \cdot \pi}$$

Antennens längd betecknas l och avståndet från antennen till mätpunkten betecknas r .

Betrakta en mätpunkt 1,0 km från en 1,0 cm lång antenn. Vågens utbredningsriktning och $\mathbf{H}$ -fältets riktning visas i figuren nedan. Toppvärdet av effekttätheten mäts till 10^{-12} W/m^2 .



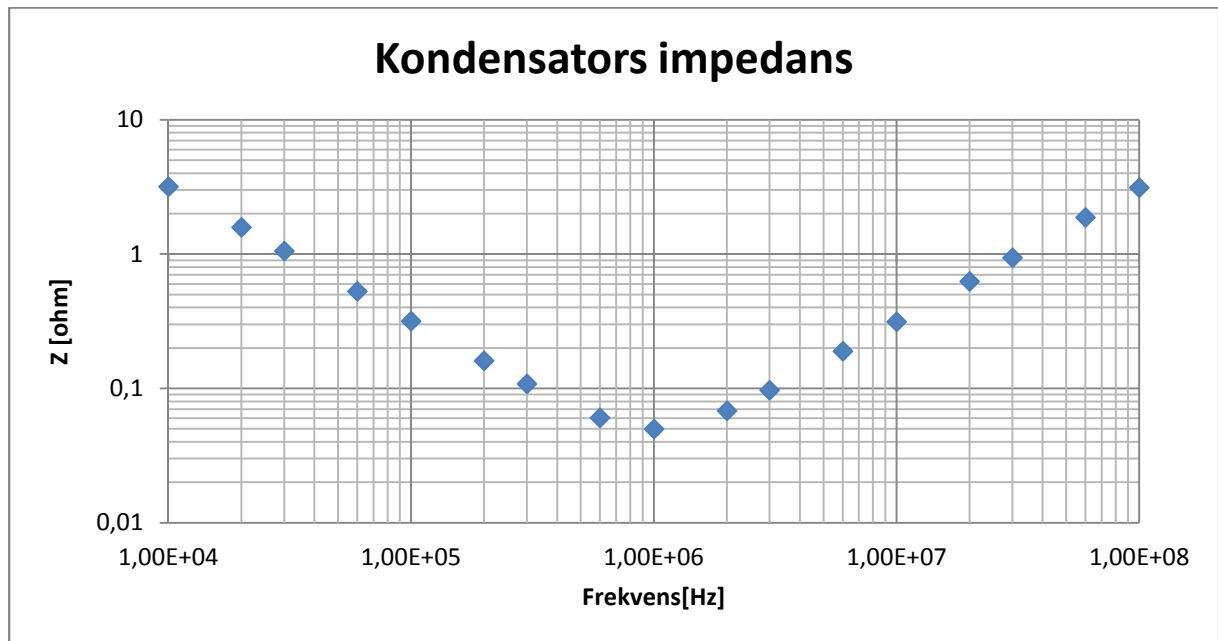
a) Vilken riktning har det elektriska fältet?

b) Hur hög är strömmen i antennen?

EM37. Mätningar av absolutbeloppet av impedansen för en kondensator (som funktion av signalfrekvensen) ger resultat enligt grafen nedan. Notera att båda axlarna har en logaritmisk skala.

a) Förklara grafens utseende!

b) Modellera kondensatorn med hjälp av dess *ekvivalenta seriemodell* och bestäm med hjälp av grafen kondensatorns kapacitans, ekvivalenta serieinduktans (ESL) och ekvivalenta serieresistans (ESR).



EM38. Betrakta en koaxialledning där den högsta tillåtna elektriska fältstyrkan är $E_{\max}$. Ytterledarens radie är given ($= r_{\text{ytter}}$). Bestäm innerledarradien så att spänningen mellan ledarna blir så hög som möjligt.

EM39. En sfär av icke ledande material har laddats upp, så att den har en homogen laddningstäthet (dvs samma laddning per volymsenhet i hela sfären) på $\rho = 1 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Bestäm hur elektriska fältstyrkan varierar som funktion av avståndet från sfärens centrum (både innanför och utanför sfären). Sfären har radien $a = 1 \text{ cm}$ och relativa permittiviteten $\epsilon_r = 8$. Mediet utanför är luft. Vid gränsytan mellan sfären och luft gäller att $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$ (d.v.s. att den elektriska flödestätheten $D = \epsilon E$ är kontinuerlig, p.g.a. att D är vinkelrät mot ytan och att det inte finns fria laddningar på denna gränsyta).

EM40. En parledning har längden 10 m, avståndet mellan ledarna är 0,1 m och ledardiametern är 3 mm. Ledningen omges av ett medium med $\sigma = 10^{-4}$ siemens/meter och $\epsilon_r = 2$. I och med att mediet kring ledarna har en konduktivitet som inte är noll, så kommer läckströmmar att flyta genom mediet mellan ledarna. Hur stor blir läckströmmen om

parledningen ansluts till spänningen 50 volt?

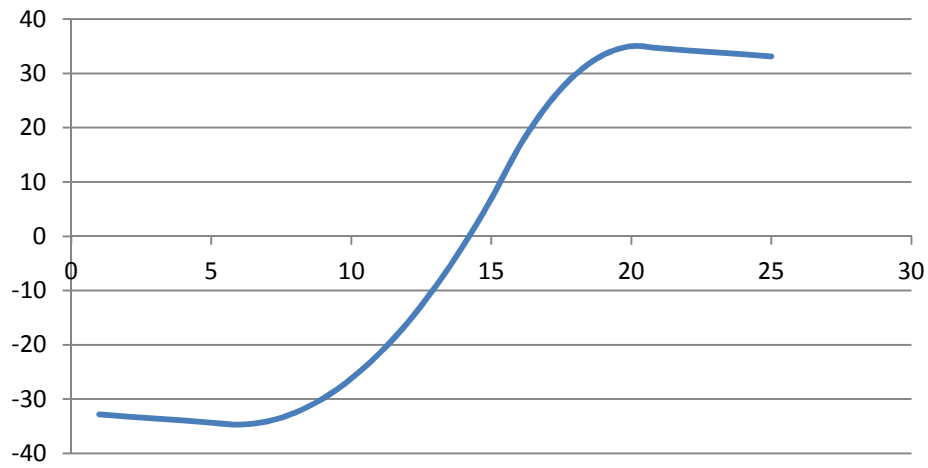
EM41. Studera effektflöde i likströmskretsar m.h.a. on-line simuleringen på <http://oberlin.edu/physics/dstyer/CircuitSurveyor/index.html>

EM42. En laddad kropp ger som bekant är upphov till ett elektriskt fält och en potential. E -fältet är mått på hur snabbt potentialen varierar i rummet. Om fältstyrkan enbart beror av en rumskoordinat (t.ex. x) så kan detta skrivas $E = -\frac{dV}{dx}$. Vidare kan elektriska fältstyrkan kopplas till hur laddningen är fördelad i rummet. Laddningstätheten ρ (enhet: coulomb per kubikmeter) kan beräknas ur $\rho = \varepsilon \frac{dE}{dx}$, d.v.s. den är mått på hur snabbt elektriska fältstyrkan varierar i rummet. Återigen antogs att storheterna varierar enbart i x -led. På kommande två sidor finns två uppsättningar av grafer som visar hur potentialen, elektriska fältstyrkan & laddningstätheten varierar med x . Positivt värde på E innebär att fältet är riktat i x led och negativt värde innebär fältriiktning i $-x$ led.

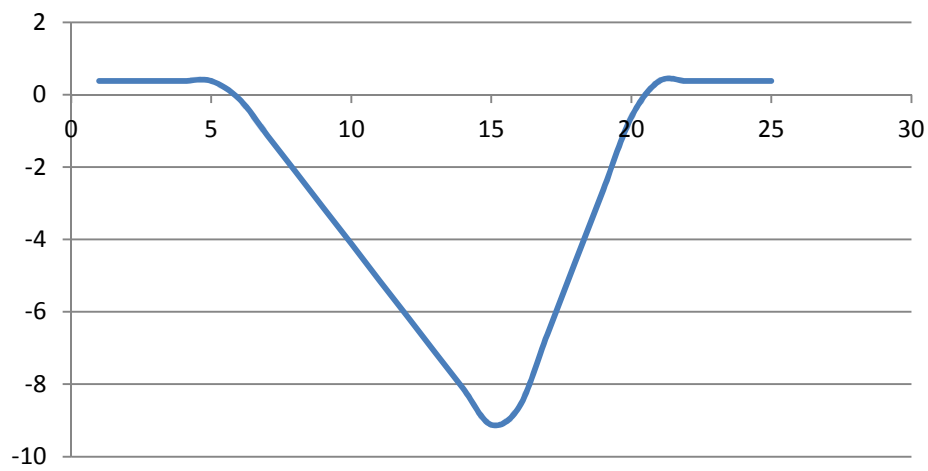
[Båda fallen skulle kunna representera hur laddningen, fältstyrkan och potentialen varierar i pn-övergången i en diod.]

Utgå i respektive fall från grafen för potentialen och tillämpa ovan givna samband och *förklara utseendet för graferna för E -fältet respektive laddningsfördelningen!* Fäst dig inte vid siffervärdena, utan resonera enbart kring grafernas form. Notera att det finns en potentialskillnad mellan områdets ändpunkter (ca. 0,7 volt i vanliga dioder). Studera hur E -fältet är riktat, och hur dess styrka varierar. Reflektera över sambandet mellan fältriiktning och potentialvariation och även hur laddningen är fördelad!

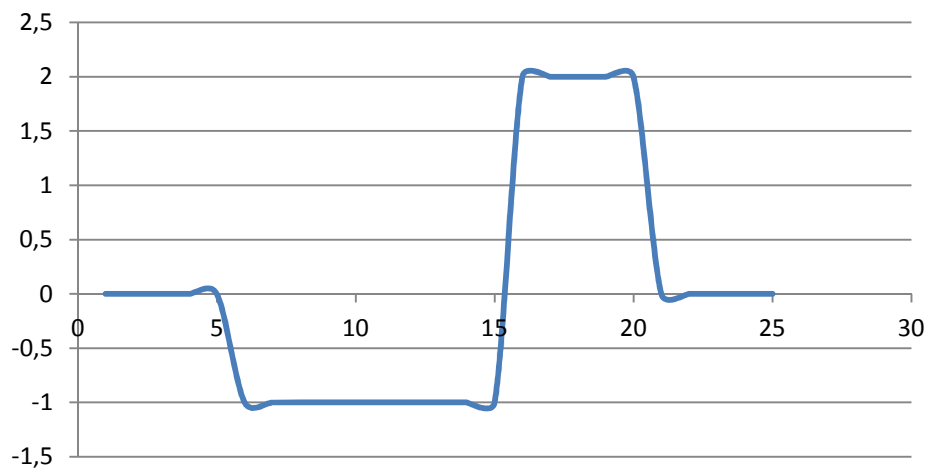
Potentialen



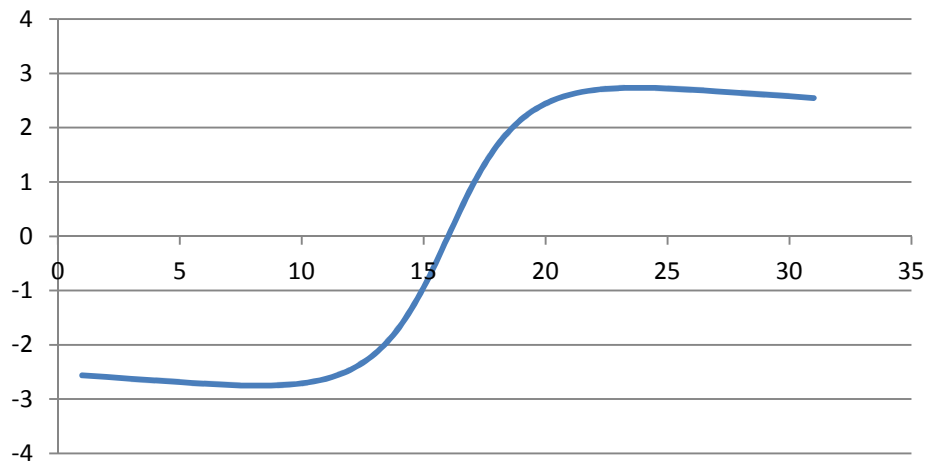
Elektriska fältstyrkan



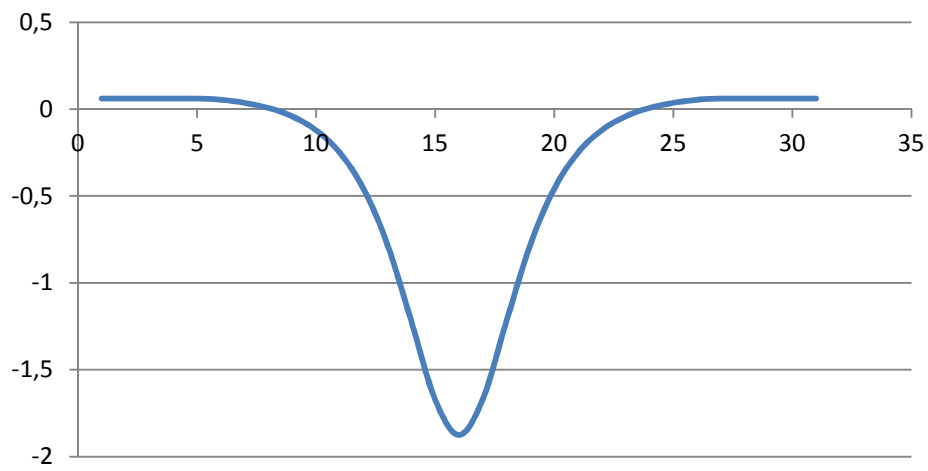
Laddningstätheten



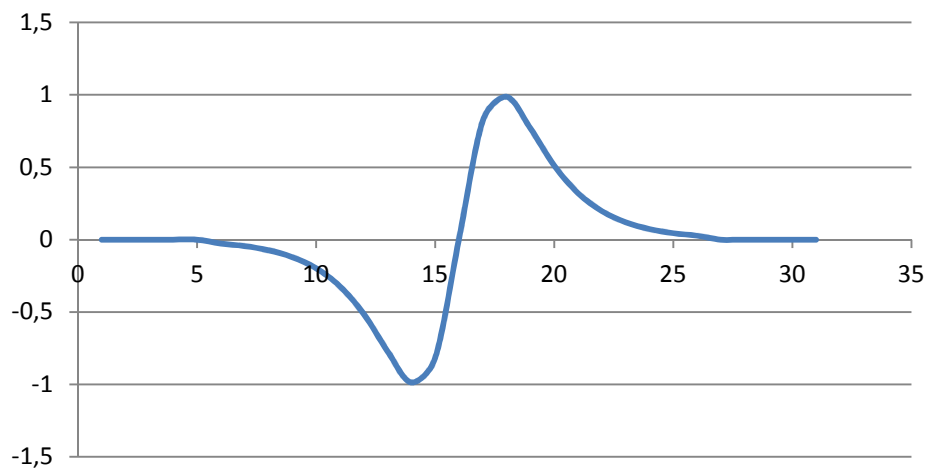
Potentialen



Elektriska fältstyrkan



Laddningstätheten



EM43.

- a) En plattkondensator (plattarea A , plattavstånd d , dielektrikumets permittivitet ϵ) laddas upp genom anslutning till en likspänningskälla med spänningen U . Utgå från energitätheten $\frac{1}{2}\epsilon|\mathbf{E}|^2$ och visa att den upplagrade energin i en fullt uppladdad kondensator är $\frac{1}{2}C \cdot U^2$.
- b) En induktor i form av en solenoid (N varv lindning, tvärsnittsarea A , längd d , dielektrikumets permeabilitet μ) magnetiseras genom anslutning till en likströmkälla med strömstyrkan I . Utgå från energitätheten $\frac{1}{2\mu}|\mathbf{B}|^2$ och visa att den upplagrade energin i en fullt magnetiserad solenoid är $\frac{1}{2}L \cdot I^2$.

EM44. En kondensator består av två sfäriska metallskal med ett gemensamt centrum. Inre skalets radie är R_i och yttre skalets radie är R_y . Skalen laddas upp genom anslutning till en likspänningskälla: Innerskalet får laddningen $+Q$ och yterskalet $-Q$.

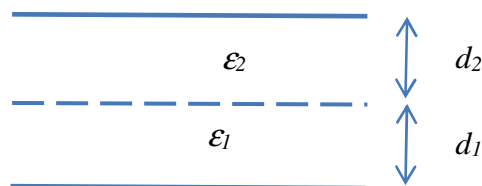
- a) Hur varierar elektriska fältstyrkan (E) som funktion av avståndet r från centrum?
- b) Uttryck $E(r)$ med hjälp av spänningen mellan skalen.
- c) Bestäm en formel för kondensatorns kapacitans.

EM45. I en cylinderformad kondensator (eller en koaxialledning) varierar $\mathbf{E}$ -fältet i området mellan inner- och ytterledaren enligt $E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$.

- a) Om spänningen mellan ledarna är U , visa att $E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{ytter}}{r_{inner}}\right)}$ (då $r_{inner} \leq r \leq r_{ytter}$).

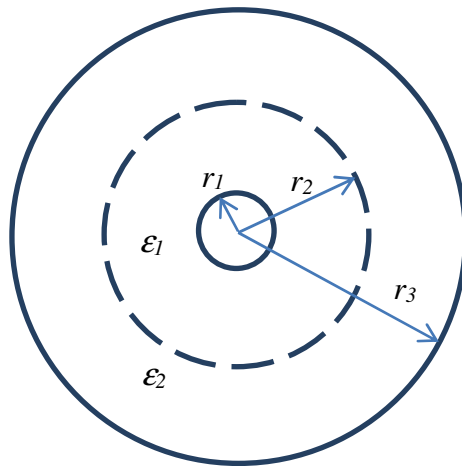
- b) Härled formeln för kondensatorns kapacitans.

EM46. En plattkondensator har plattarean A . Området mellan plattorna är fyllt med två skikt: Skikt 1 har tjockleken d_1 och permittiviteten ϵ_1 , skikt 2 har tjockleken d_2 och permittiviteten ϵ_2 . Antag att $\epsilon_1 < \epsilon_2$. Den streckade linjen i figuren nedan visar en tänkt gränsyta mellan skikten. Vid denna gränsyta gäller att $\epsilon_1 \mathbf{E}_1 = \epsilon_2 \mathbf{E}_2$ (d.v.s. att den elektriska flödestätheten $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ är kontinuerlig, p.g.a. att $\mathbf{D}$ är vinkelrät mot ytan och att det inte finns fria laddningar på denna gränsyta). Plattorna är anslutna till en likspänningskälla med spänningen U , med nedre plattan jordad.



- Är elektriska fältstyrkan i område 1 högre än, lika hög eller lägre än i område 2? Motivera svaret ordentligt! Studera först specialfallet $d_1 = d_2$ och släpp sedan denna restriktion.
- Om skiktens elektriska hållfasthet (uttryckt som en högsta tillåten fältstyrka) är ungefär $U/(d_1 + d_2)$, riskerar man att få överslag (gnistbildning) i något av områdena?
- Hur hög laddning har plattorna?
- Bestäm en formel för kapacitansen.

EM47. En koaxialledning (=lång "cylinderformad kondensator") har innerledarradien r_1 och ytterledarradien r_3 . Området mellan ledarna är fyllt med två cylindriska skikt: Skikt 1 har permittiviteten ϵ_1 och ligger mellan r_1 och r_2 , medan skikt 2 har permittiviteten ϵ_2 och ligger mellan r_2 och r_3 . Vidare gäller att $\epsilon_1 > \epsilon_2$. [Genom att införa ett antal skikt med olika permittivitet så kan man motverka trenden med en strängt avtagande elektrisk fältstyrka]. Den streckade cirkeln visar en tänkt gränsyta mellan skikten (se figur). Vid gränsytan gäller att $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$ (d.v.s. den elektriska flödestätheten $D = \epsilon E$ är kontinuerlig, ty D är vinkelrät mot ytan och denna gränsyta saknar fria laddningar.)



- Gör en ungefärlig skiss av på vilket sätt den elektriska flödestätheten respektive den elektriska fältstyrkan varierar som funktion av avståndet r från centrum.
- Antag att r_1 och r_3 är givna, hur ska r_2 väljas så att båda skikten får samma värde på det *maximala* värdet av E -fältet?
- Visa att fältstyrkans storlek på avståndet r från centrum ges av formeln:

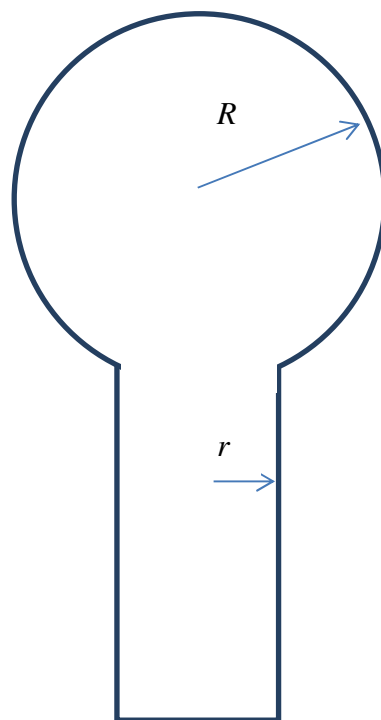
$$E(r) = \frac{U}{r \cdot \epsilon \cdot \left(\frac{\ln(r_2/r_1)}{\epsilon_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{\epsilon_2} \right)}$$

där U är spänningen mellan ledarna och ϵ är permittiviteten på avståndet r från centrum. *Tips:* Använd D -fältet i position r . Du behöver också bestämma spänningen som funktion av E vid r_1 och r_2 för att eliminera laddningsberoendet.

- Hur blir formeln om $\epsilon = \epsilon_1 = \epsilon_2$? Kommentera resultatet!

EM48. I ena änden på en cylinderformad elektrod (radie r) har man monterat ett sfäriskt metallskal med radien R (se figur). Elektroden har laddats upp till potentialen V . Antag att det rör sig om perfekta ledare så att cylindern + sfären har en och samma potential över allt. Vi kan betrakta så väl cylindern som sfären som kondensatorer där den andra ”plattan” utgörs av omgivande rummets väggar och golv (som är jordade).

- Elektrodens potential ökar succesivt. Luftens elektriska hållfasthet beskrivs av en maximalt tillåten fältstyrka E_{max} . Var är risken störst att man får överslag (gnistbildning), vid cylindern eller vid sfären? Bortse här från alla skarpa kanter (cylinderändan och skarven mellan sfär och cylinder).
- Antag att avståndet från elektroden till jordade punkter är ca 30 gånger större än cylinderns radie. Bestäm kvoten mellan sfärens radie och cylinderns radie så att elektriska fältstyrkan precis utanför den cylindriska delen och den sfäriska delen får samma värde (d.v.s. att max.värdet för E -fältet blir lika överallt på elektroden.)



Tips: Approximera problemet genom att behandla cylindern och sfären som separata objekt. Antag också att cylindern är mycket lång så att spetsarna i dess nedre kant kan försummas. Samma gäller skarven mellan sfären och cylindern. Vidare kan du anta att sfärens radie $R \ll$ avståndet till jordade punkter.

EM49. En koaxialledning har innerledarradien r_i och ytterledarradien r_y . Ledningen överför effekten P .

- a) Bestäm en formel för radien r_{50} så att 50% av effekten överförs i området $r < r_{50}$.
- b) Bestäm en formel för radien r_{90} så att 90% av effekten överförs i området $r < r_{90}$.
- c) Beräkna r_{50} och r_{90} för en ledning med $r_i = 0,406$ mm och $r_y = 1,48$ mm.

EM50. Magnetfältets cirkulation definieras som $\Gamma_m = \oint_{slinga} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$, där $\mathbf{H}$ är magnetiska fältstyrkan, $d\mathbf{l}$ är ett infinitesimalt steg längs slingan och skalärprodukten $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ är magnetfältets projektion längs steget $d\mathbf{l}$. Ringen i integraltecknet betyder att man integrerar ett helt varv längs slingan.

Bestäm cirkulation för följande fältgeometrier och slingor i xy -planet (kan ses som papprets plan):

- a) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 = \text{konstant}$, riktat i y -led, d.v.s. fältstyrkans storlek är konstant och fältet pekar hela tiden längs y -axeln. Slingan är en rektangel med ett hörn i origo ($x=0, y=0$) och det diagonalt motsatta hörnet i punkten ($x=a, y=b$). Starta i origo och följ slingan moturs.
- b) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \frac{x}{a}$ riktat i y -led, d.v.s. fältstyrkan ökar linjärt när man förflyttar sig i rummet i x -led, men fältriiktningen är längs y -axeln då $x > 0$ och motsatt y -axeln då $x < 0$. Studera återigen en rektangulär slinga med ett hörn i origo ($x=0, y=0$) och diagonalt motsatt hörn i punkten ($x=a, y=b$). Start i origo och följ slingan moturs.
- c) Gör om deluppgift b, men låt slingan vara en rektangel med ett hörn i ($x = -a, y = -b$) och motsatt hörn i ($x=a, y=b$).
- d) $\mathbf{H}$:s fältlinjer är cirkulära. Fältstyrkans storlek är samma överallt (H_0), men riktningen ändras så att på avståndet r från origo så tangerar $\mathbf{H}$ en cirkel med radien r och följer cirkeln moturs. Välj en slinga i form cirkel med radien r och gå ett varv moturs.
- e) Gör om deluppgift d, men följ slingan medurs.

Svar

AC1. $u_L(t) = 7,1 \cdot \sin(2000 \cdot t + 45^\circ)$ volt

AC2. $Y = 0,02 + j \cdot 0,01$ siemens, $i(t) = 0,22 \cdot \sin(2000 \cdot t + 26,6^\circ)$ ampere

AC3. a) $Z_b = 30 - j40 \, \Omega$, $P_b = 0,42$ watt, b) $R_b = 50 \, \Omega$, $P_b = 0,31$ watt

AC4. a) $Z_b = 50 + j20 \, \Omega$, $P_b = 0,0625$ watt, b) $R_b = 53,9 \, \Omega$, $P_b = 0,060$ watt

AC5. $R = 98,1 \, \Omega$, $P = 0,051$ watt

AC6. $R = 20,8 \, \Omega$, $P = 1,45$ watt

AC7. Teckna ett uttryck för effekten och derivera m.a.p. lastresistansen ...

AC8. a) *resistor* : $Z = R$ *kondensator*: $Z = \frac{1}{j\omega C}$ *induktor*: $Z = j\omega L$

b) Resistor: $|Z|$ oberoende av ω

Kondensator: $\omega \rightarrow 0: |Z| \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow \infty: |Z| \rightarrow 0$

Induktor: $\omega \rightarrow 0: |Z| \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty: |Z| \rightarrow \infty$

c,d)

Krets 1: $A_u = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ (lågpassfilter, $\omega \rightarrow 0: A_u \rightarrow 1$, $\omega \rightarrow \infty: A_u \rightarrow 0$, $\omega = \frac{1}{RC}: A_u = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

Krets 2: $A_u = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}}$ (högpassfilter, $\omega \rightarrow 0: A_u \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty: A_u \rightarrow 1$, $\omega = \frac{1}{RC}: A_u = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

Krets 3: $A_u = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ (bandpassfilter, $\omega \rightarrow 0$ och $\infty: A_u \rightarrow 0$, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}: A_u = 1$)

e) Låg- och högpassfilter: $\omega_{bryt} = \frac{1}{RC}$

Bandpassfiltret (serieresonanskrets i detta fall): $\omega_{resonans} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

AC9. $|I_R| = \frac{|I_0|}{\sqrt{1 + \left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)^2}}$ innebär att $|I_R| \propto \omega$ för $\omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, och $|I_R| \propto \frac{1}{\omega}$ för $\omega \gg \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Detta ger att $|I_R| \rightarrow 0$ för $\omega \rightarrow 0$ och $\omega \rightarrow \infty$, $|I_R| = |I_0|$ (maximum) för $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$|P_R| \propto |I_R|^2 \propto \omega^2$ för $\omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, och $|P_R| \propto \frac{1}{\omega^2}$ för $\omega \gg \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Detta ger att $|P_R| \rightarrow 0$ för $\omega \rightarrow 0$ och $\omega \rightarrow \infty$, $|P_R| = 0,5R|I_0|^2$ (maximum) för $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

AC10. Strömmen genom källans resistor är $|I_0| = \frac{E}{R_0}$ för $\omega \rightarrow 0$ och $\omega \rightarrow \infty$, $|I_0| = \frac{E}{R+R_0}$ för $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Hela uttrycket för strömmens toppvärde som funktion av

vinkelfrekvensen är $|I_0| = \frac{E \cdot \sqrt{R^{-2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_0}{R}\right)^2 + R_0^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$.

Effektutvecklingen i belastningens resistans (R) är $P_R = \frac{\frac{E^2}{2R}}{\left(1 + \frac{R_0}{R}\right)^2 + R_0^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$ vilket ger $P_R \rightarrow 0$ för $\omega \rightarrow 0$ och $\omega \rightarrow \infty$, $P_R = \frac{\frac{E^2}{2R}}{\left(1 + \frac{R_0}{R}\right)^2}$ för $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

AC11. $Z = Z_1 + Z_2 = R_s + \frac{R_p}{1 + (\omega CR_p)^2} + j\omega \left[L_s - \frac{CR_p^2}{1 + (\omega CR_p)^2} \right]$

$$\omega_r = \frac{\sqrt{\frac{CR_p^2}{L_s} - 1}}{CR_p} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{(CR_p)^2}}$$

$$\omega = \omega_r : Z = R_s + \frac{L_s}{CR_p}, \quad \omega = 0 : Z = R_s + R_p, \quad \omega \rightarrow \infty : Z \rightarrow \infty$$

AC12. b) Maximal effektutveckling sker vid $\omega = 0$.

AC13. $R_2 = R_1$

AC14. a) $R_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$, b) $R_2 = 0$

AC15. a) $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{L}{CR^2}}$ där $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Restriktion: $\frac{L}{CR^2} < 1$ måste gälla (annars blir ω_r imaginär).

$$b) P = \frac{|E|^2}{2R} \cdot \frac{1}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}$$

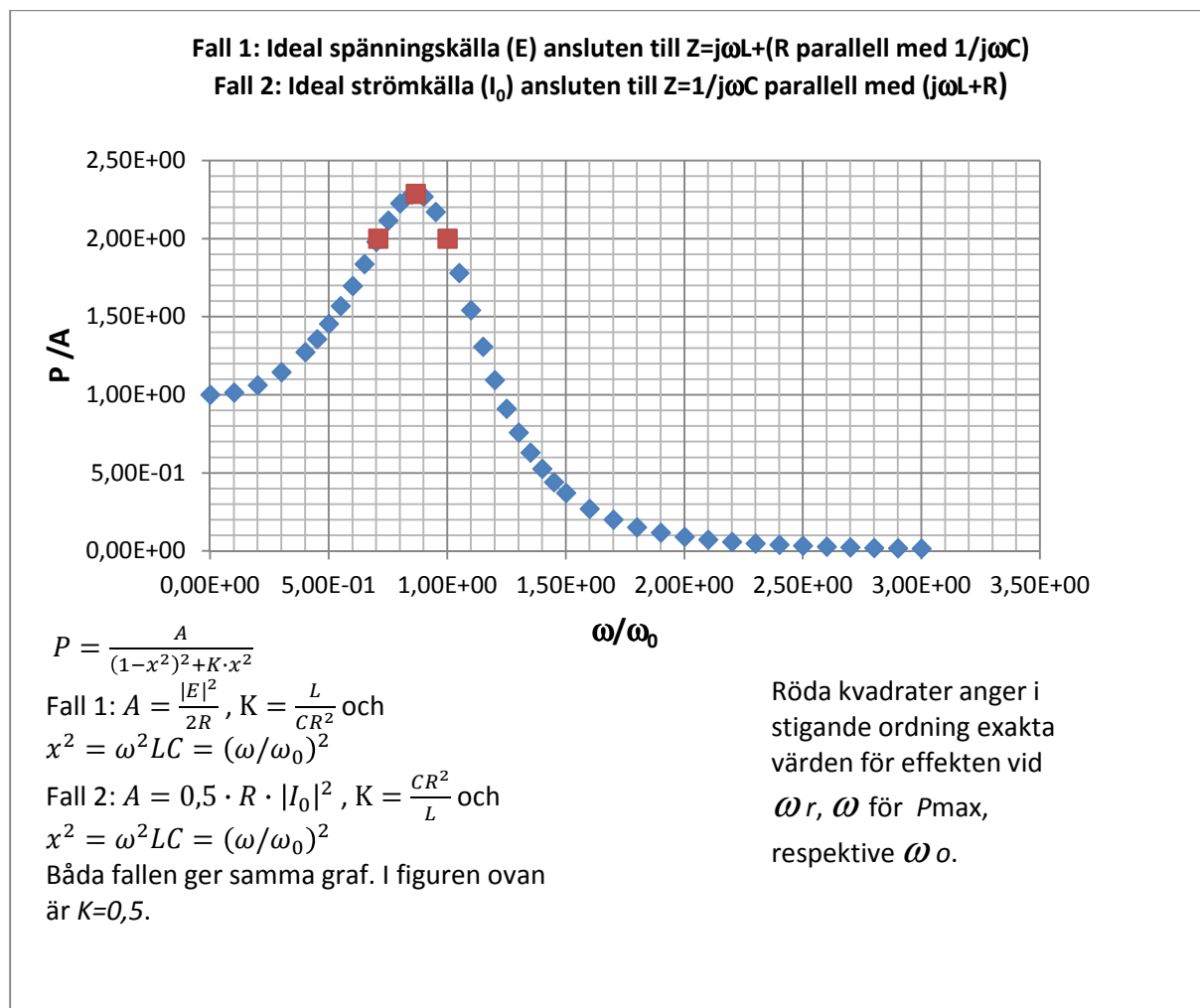
$$c) P(\omega_r) = \frac{|E|^2}{2R} \cdot \frac{CR^2}{L} = \frac{|E|^2}{2} \cdot \frac{CR}{L}, P(\omega_0) = \frac{|E|^2}{2} \cdot \frac{CR}{L} \text{ d.v.s. } P(\omega_r) = P(\omega_0).$$

$$d) P(0) = \frac{|E|^2}{2R}$$

e) $P(\omega)$ har extremum vid $\omega = 0$ (lokalt minimum) och $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{L}{2CR^2}}$ (maximum). Vinkelfrekvensen ω då $\max P$ antas är $\neq \omega_r$ och ω_0 .

f) Den senare frekvensen från deluppgift e) ligger mellan ω_r och ω_0 och ger maximala effekten $P = \frac{|E|^2}{2R} \cdot \frac{CR^2}{L} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{L}{4CR^2}\right)} = P(\omega_0) \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{L}{4CR^2}\right)}$

g) Graf av effektutvecklingen (deluppgift g & deluppgift i):



h) Formeln för $\omega_r = \omega_0$ för parallellresonanskretsen på sidan 249 fås genom att ersätta $\frac{L}{CR^2}$ med $\frac{CR^2}{L}$ från deluppgift a). Effekten i sid. 249 kretsen är

$$P = \frac{|E|^2}{2R} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2} \text{ dvs ett slags lågpasfilterering (med max. effekt vid } \omega = 0).$$

- i) Samma kurvform som i b) om $\frac{|E|^2}{2R}$ ersätts med $\frac{R \cdot |I|^2}{2}$ och $\frac{\omega L}{R}$ ersätts med ωRC .
[Se grafen för deluppgift g.)] Det är intressant att notera att effektkurvan blir nu som ett lågpasfilter med en resonanstopp. Källans karaktär har ändrats från spänningskälla (deluppgift h) - till strömkälla (denna deluppg.)!

AC16 Tänk kretsen uppdelad i två halvor: Ena halvan med källa + en av reaktanserna, andra halvan med last + andra reaktansen. Vid anpassning ska båda halvorna ”uppleva varandra lika” (om man bortser från komplexkonjugering). Om $R_G < R_L$ så måste källsidans impedans ökas och lastsidans impedans minskas. Detta görs genom seriekoppling av R_G med X_s parallellkoppling av R_L med X_p (se krets A). Liknande resonemang för krets B.

AC17 a) koppling A används. Villkoret $R_G + jX_s = \text{komplexkonjugatet av } R_L // jX_p$ leder till $|X_s| = \sqrt{R_G(R_L - R_G)}$, $|X_p| = \sqrt{R_G R_L^2 / (R_L - R_G)}$, $X_s X_p = -R_G R_L$. Ur tecknet i sista formeln drar man slutsatsen att om seriereaktansen väljs till induktor så ska parallellreaktansen väljas till kondensator (och vice versa).

$$|X_s| = 150 \, \Omega, |X_p| \approx 167 \, \Omega, \text{ b) } L_s = 150 \, \mu\text{H}, C_p = 6 \, \text{nF}, \text{ c) } C_s = 6,67 \, \text{nF}, L_p = 167 \, \mu\text{H},$$

d) Krets A har karaktären av ett lågpasfilter (d.v.s. låter signaler med ”låga” frekvenser passera, medan signaler med höga frekvenser blockeras, denna koppling har dessutom en liten resonanstopp vid frekvensen där anpassning skall råda.) Kretsen B har högpasskaraktör, d.v.s. signaler med höga frekvenser passerar, med låga frekvenser blockeras, och har dessutom en resonanstopp vid anpassningsfrekvensen.

$$\text{AC18 b) } L_s = 1,5 \, \text{mH}, C_p = 60 \, \text{nF}, \text{ c) } C_s = 66,7 \, \text{nF}, L_p = 1,67 \, \text{mH}$$

$$\text{AC19 a) Krets A, } |X_s| \approx 63,25 \, \Omega, |X_p| \approx 102,8 \, \Omega, \text{ b) } L_s = 6,3 \, \text{mH}, C_p = 970 \, \text{nF}, \text{ c) } C_s = 1,60 \, \mu\text{F}, L_p = 10,3 \, \text{mH}$$

AC20 a) koppling B används. Villkoret $R_G // jX_p = \text{komplexkonjugatet av } R_L + jX_s$ leder till $|X_s| = \sqrt{R_L(R_G - R_L)}$, $|X_p| = \sqrt{R_L R_G^2 / (R_G - R_L)}$, $X_s X_p = -R_G R_L$. Ur tecknet i sista formeln drar man slutsatsen att om seriereaktansen väljs till induktor så ska parallellreaktansen väljas till kondensator (och vice versa). $|X_s| = 150 \, \Omega, |X_p| \approx 167 \, \Omega$.

$$\text{b) } \omega = 1 \, \text{Mrad/s: } L_s = 150 \, \mu\text{H}, C_p = 6 \, \text{nF}, \omega = 100 \, \text{krad/s: } L_s = 1,5 \, \text{mH}, C_p = 60 \, \text{nF}, \text{ c) } \omega = 1 \, \text{Mrad/s: } C_s = 6,67 \, \text{nF}, L_p = 167 \, \mu\text{H}, \omega = 100 \, \text{krad/s: } C_s = 66,7 \, \text{nF}, L_p = 1,67 \, \text{mH}$$

AC21 a) Se realdelen av källans impedans som den källresistans som kommer in i formler och imaginärdelen som en del av seriereaktansen i anpassningsnätet. Tillämpa anpassningsuttrycken för krets A (i AC16) med $R_G = 10 \, \Omega$ och $R_L = 50 \, \Omega$. $|X_{s,\text{total}}| = \sqrt{R_G(R_L - R_G)}$, $|X_p| = \sqrt{R_G R_L^2 / (R_L - R_G)}$, $X_s X_p = -R_G R_L$. Insättning ger $|X_{s,\text{total}}| \approx 24,5 \, \Omega$ och $|X_p| \approx 40,8 \, \Omega$. Om seriereaktansen väljes till en induktor så gäller $jX_{s,\text{total}} = jX_s + jX_L$ vilket ger $X_s \approx 14,5 \, \Omega$ och $L_s = 145 \, \mu\text{H}$, medan $C_p = 245 \, \text{nF}$. Om seriereaktansen väljs till kondensator fås: $C_s = 290 \, \text{nF}$ och $L_p = 408 \, \mu\text{H}$.

b) Anpassningsnät enligt krets A. För att skriva om den aktuella kretsen till en form som lämpar sig för anpassningsuttrycken kan man omvandla lastimpedansen till en parallellkoppling (se uppg. A23): $Z_L = R_L + jX_L$ är ekvivalent med $R'_L // jX'_L$ ("prim" är inte derivata här, utan bara en beteckning) där $R'_L = R_L + \frac{X_L^2}{R_L}$ och $X'_L = X_L + \frac{R_L^2}{X_L}$. Dimensionera anpassaren genom att beräkna som seriereaktansen och parallellreaktansen med de kända R_G och R' enligt tidigare metoder. Notera sedan att den beräknade parallellreaktansen innehåller både anpassarens parallellreaktans och den kända jX'_L . Resultat: $|X_s| = \sqrt{R_G(R'_L - R_G)}$, $|jX_{p,total}| = |jX_p // jX'_L| = \sqrt{R_G R_L^2 / (R'_L - R_G)}$. Välj induktor som seriereaktans och kondensator som parallellreaktans: $X_s \approx 52,0 \Omega$ och $X_{p,total} = -100,1 \Omega$. Detta ger $L_s = 520 \mu\text{H}$, $C_p = 119 \text{ nF}$. Om seriereaktansen väljs till kondensator fås: $C_s = 192 \text{ nF}$ och $L_p = 1,24 \text{ mH}$.

AC22 -

AC23 Villkoret att impedansen i båda näten ska vara lika ger $R_1 + jX_2 = R_3 // jX_4$, som leder till $R_3 = R_1 + \frac{X_2^2}{R_1}$, $X_4 = X_2 + \frac{R_1^2}{X_2}$ som i sin tur kan skrivas om till (om så önskas)

$$R_3 = R_1(1 + Q^2), X_4 = X_2(1 + Q^{-2}) \quad \text{där } Q = \frac{X_2}{R_1} \text{ d.v.s. godhetstalet för seriekretsen.}$$

- a) $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $X_4 = 2 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $L_4 = 200 \text{ mH}$)
- b) $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $X_4 = -2 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $C_4 = 50 \text{ nF}$)
- c) $R_3 = 101 \text{ k}\Omega$, $X_4 = 10,1 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $L_4 = 101 \text{ mH}$) eller $R_3 = 1,01 \text{ k}\Omega$, $X_4 = -10,1 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $C_4 = 0,99 \text{ nF}$)
- d) $R_3 = 1,01 \text{ k}\Omega$, $X_4 = 10,1 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $L_4 = 10,1 \text{ H}$) eller $R_3 = 101 \text{ k}\Omega$, $X_4 = -10,1 \text{ k}\Omega$ (vilket ger $C_4 = 99 \text{ nF}$)
- e) -

EL1. a) Spänningsföljare, b) Slew rate på $16 \mu\text{V/s}$ ger att utspänningen stiger linjärt från 0 till 10 V mellan $0,1 \mu\text{s}$ och $0,625 \mu\text{s}$, därefter 10 V konstant. C) Max. 15 V dock i praktiken högst 12 till 13 V (matningsspänningen begränsar, slew rate ger $U_{in,max}$ på 25 V).

EL2. a) $\omega_1 = \frac{1}{R_3 C_1} = 10 \text{ rad/s}$, b) $A_{u,max} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 68 \text{ ggr} \approx 36,65 \text{ dB}$, c) Stigning med 20 dB/dekad till $\omega_1 = \frac{1}{R_3 C_1} = 10 \text{ rad/s}$, sedan konstant 36,65 dB fram till $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} = 98 \text{ krad/s}$, därefter avtagande med 20 dB/dekad fram till $\omega_3 = \frac{1}{(R_1 || R_2) C_2} = 6,8 \text{ Mrad/s}$, konstant 0 dB fram till brytpunkten på 18,85 Mrad/s bestämd av förstärkningsbandbreddsprodukten varefter avtagande med 20 dB/dekad.

EL3. a) $A_{u,max} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 48 \text{ ggr} \approx 33,6 \text{ dB}$, b) $\frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega/\omega_1}{(1 + j\omega/\omega_1)} \cdot \frac{(1 + j\omega/\omega_3)}{(1 + j\omega/\omega_2)}$ med gränshänsyn enligt deluppgift c (ej hänsyn till förstärkningsbandbreddsprodukten).

c,d) Stigning med 20 dB/dekad till $\omega_1 = \frac{1}{R_3 C_1} = 2,1 \text{ rad/s}$, sedan konstant 33,6 dB fram till $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} = 2,1 \text{ krad/s}$, därefter avtagande med 20 dB/dekad fram till $\omega_3 = \frac{1}{(R_1 || R_2) C_2} =$

102 krad/s, konstant 0 dB fram till brytpunkten på 6,3 Mrad/s bestämd av förstärkningsbandbreddsprodukten varefter avtagande med 20 dB/dekad.

EL4. a) N-MOS av anrikningstyp, b) GS-steg, c) $U_{GSQ} = 3,7$ V, d) $I_{DQ} = 4,6$ mA, e) $U_{DSQ} = 6,7$ V, f) -, g) $A_u \approx -5,2$ gånger, h) $R_{in} = 203$ k Ω , i) $R_{ut} = 1,5$ k Ω

EL5. a) $U_{GSQ} = 0$ V, $I_{DQ} = 5$ mA, $U_{DSQ} = 7,5$ V, b) -, c) $A_u \approx -13$ gånger, d) $R_{in} = 1$ M Ω , $R_{ut} = 1,3$ k Ω

EL6. a) Step-up omvandlare ("Boost converter")

b) $U_T = 0$ då $U_{Styr} = \text{"hög"}$ och $U_T = 0,7 + U_{ut} \approx U_{ut} = 15$ V (spänningsfallet över dioden försummat) då $U_{Styr} = \text{"låg"} = 0$

c) $U_L = E - U_T = 6,0$ V då $U_{Styr} = \text{"hög"}$ och $U_L \approx -9,0$ V då $U_{Styr} = \text{"låg"} = 0$

EL7. a) $\delta = 0,75$, b) $f_s = 50$ kHz, c) $U_{ut} \approx 20$ V, d) $E = 5,0$ V

EL8. a) $\delta = 0,40$, b) $U_{ut} \approx 10$ V, c) $E = 6,0$ V

EL9. a) Step-down omvandlare ("Buck converter")

b) $U_{ut} = 7,2$ V, c) U_{Styr} är som U_D men med 0 V som "låg" nivå

d) $U_L \approx E - U_{ut} = 4,8$ V då $U_D = \text{"hög"}$ och $U_L = -0,7 - U_{ut} \approx -U_{ut} = -7,2$ V (spänningsfallet över dioden försummat) då $U_D = \text{"låg"}$

EL10. a) -, b) $0 < \delta < 0,5$ c) $0,5 < \delta < 1$ d) $U_{UT} = -U_{IN}$, d.v.s. enbart byte av polaritet.

EL11. EL6-kopplingen: $L \leq 100$ μ H, EL9-kopplingen: $L \leq 200$ μ H

EL12-EL16 -

EM0. -

EM1. a) radiellt ut, b) noll, c) $Q = 0,3$ μ C, d) $Q = +1,602 \cdot 10^{-19}$ C (en elementarladdning)

EM2. a) $E = 3,6$ V/m (radiellt in), b) noll, c) Potentialen är lägre, ty den ökar vid förflyttning motsatt E -fältets riktning.

EM3. a) Se föreläsningssanteckningar, b) Fältbilden för S påverkas ej.

EM4. a) Se föreläsningssanteckningar. b) $S = 0$ (ty $i = 0$ ger $B = 0$).

EM5. a) Antag att övre plattan är ansluten till batteriets pluspol. Sett in i kabeln från batteriänden blir E -fältet riktat rakt från övre mot nedre plattan, B -fältet är parallellt med

plattorna riktat åt vänster, och S -fältet i plattornas längsriktning in mot laständan. b) 1,2 kW.
c) $5,0 \cdot 10^{-4}$ T. d) 300 V. e) övre plattan $+1,3 \cdot 10^{-7}$ C, nedre plattan $-1,3 \cdot 10^{-7}$ C. f) 89 pF/m.

EM6. a) Antag att innerledaren är ansluten till batteriets pluspol. Sett in i kabeln från batteriändan blir E -fältet radiellt riktat från inner- mot ytterledaren, B -fältet är cirkulärt med medurs cirkulation, och S -fältet är i ledningarnas riktning in mot laständan.

b) $E=0$ inne i innerledaren och ytterledaren och utanför ytterledaren. Mellan ledarna varierar E som $1/r$ och har värdet 76,2 kV/m vid $r=r_{inner}$ och 20,9 kV/m vid $r=r_{ytter}$.

$B=0$ vid $r=0$ och ökar sedan linjärt och får värdet 0,39 mT vid $r=r_{inner}$. Därefter avtar B som $1/r$ och har värdet 0,11 mT vid $r=r_{ytter}$. Om vi antar att ytterledarens tjocklek är mycket liten så är $B=0$ för $r > r_{ytter}$. $S=0$ inne i innerledaren och ytterledaren och utanför ytterledaren. Mellan ledarna varierar S som $1/r^2$ och har värdet 23,9 MW/m² vid $r=r_{inner}$ och 1,8 MW/m² vid $r=r_{ytter}$.

c) Innerledaren $+1,94 \cdot 10^{-8}$ C, ytterledaren $-1,94 \cdot 10^{-8}$ C. d) 97 pF/m.

EM7. a) & b) Se föreläsningssanteckningar. c) Toppvärden: $i_{ledning}=2,98$ A, $i_{förskjutning}=2,8$ pA.
d) Parallellkoppling av resistor med $R=9,5$ mΩ och kondensator med $C=1,55 \cdot 10^{-17}$ F.

EM8. $B=16$ μT och $E=6,9$ kV/m.

EM9. $R=1$ kΩ, $W_{upplagrad}=W_{förbrukad}=0,625$ mJ.

EM10. -

EM11. a) Parallellkoppling av resistor och kondensator med $R=10$ MΩ, $C=1,99$ pF.

Anslutningsledningarnas induktans modelleras som seriekoppling till "RC-paketet".

b) $i_{ledning}=4$ μA, $i_{förskjutning}=5$ μA, $i_{total}=6,4$ μA (fasförskjuten $51,4^\circ$ relativt spänningen, dvs strömmen når sitt maxvärde innan spänningen når sitt maxvärde).

c) Låga frekvenser: $i_{ledning}$, höga frekvenser: $i_{förskjutning}$. Strömmarna är lika stora vid $f=8$ kHz.

d) Tidskonstanten $\tau=20$ μs.

EM12. $R=41,3$ kΩ, $J=0,076$ A/m².

EM13. a) Seriekoppling av $C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot A}{d/2}$ och $C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot A}{d/2}$

b) Parallellkoppling av $C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot A/2}{d}$ och $C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot A/2}{d}$

EM14. a) Repulsiv kraft (0,01 newton per meter ledare). b) $B_{total} \approx 0$ i området utanför ledarna ty båda fälten är ungefär lika stora men motriktade.

EM15. 57 μT.

EM16. a) 0,25 μH/m. b) 0,26 μH/m.

EM17. Parallellkoppla först en (ideal) kondensator med en seriekoppling av en induktor (induktans i resistanstråden) och resistor (=trådens resistans). Avslutningsvis seriekopplas allt detta med en induktor i vardera änden (=anslutningskontakterna).

EM18. Seriekoppla först en ideal induktor med en resistor (=trådens resistans). Allt detta parallellkopplas med en kondensator. Avslutningsvis seriekopplas en induktor i vardera änden (=anslutningskontakterna). Vid höga frekvenser kommer den kapacitiva delen att dominera ("kortsluter" spolen), vid mycket låga frekvenser märks resistorerna tydligt, och för

övrigt är det den induktiva delen som dominerar. $Q=943$ vid resonansfrekvensen $f_{\text{resonans}}=2,25$ MHz.

EM19. 1,25 m/s.

EM20. Max: 240 volt, min: 0 volt.

EM21. $v=31,9$ km/s, $F=0,17$ newton och $I=3,85$ ampere.

EM22. a) 2,5 mA moturs. b) Staven dras med farten 5 m/s fram och tillbaka 10 gånger per sekund (dvs förflyttas en sträcka på totalt 2 gånger 0,25 meter per period, t.ex. först 0,25 m framåt och sedan 0,25 m bakåt; alternativt kan man ex.vis gå 0,125 m framåt, 0,25 m bakåt och avsluta med 0,125 m framåt ...).

EM23. a) Slingans plan ligger vinkelrätt mot magnetfältetsriktningen. b) 31,4 mA vid 0,5 μ s, 0 A vid 5 μ s, -15,7 mA vid 9 μ s.

EM24. a) $\frac{dB}{dt} = 0$ T/s vid 1 ms, 0,02 T/s vid 4 ms, -0,01 T/s vid 7 ms. b) B är 10 μ s fram till 2 ms, sedan stiger den linjärt och når 90 μ T vid 6 ms, sedan avtar B linjärt och når 70 μ T vid 8 ms och håller därefter denna nivå.

EM25. När pulsen når slingan så bildas en 1,67 ns lång 7,5 volts spänningspuls, därefter är $\text{ems}=0$ under 332 ns, sedan följer en 1,67 ns lång 7,5 volts spänningspuls (med motsatt polaritet jämfört med första pulsen), och därefter är ems:n noll.

EM26 För kretsen i 12.15 fås $B=4,68$ T i gap & kärna, $H_{\text{gap}}=3,72$ MA/m, $H_{\text{kärna}}=1,24$ kA/m. För kretsen i 12.17b fås $B=0,33$ T i gap & kärna, $H_{\text{gap}}=0,26$ MA/m, i benet med gapet är $H_{\text{kärna}}=216$ A/m.

EM27. a) Strömförträngning: Strömmen kommer att flyta främst i de yttre delarna av ledaren. "Effektiva" tvärsnittsarean där strömmen flyter kommer då att minska och därmed ökar resistansen. b) Formeln för δ gäller då $\delta < r$.

Koppar: $f=0$ Hz ger oändligt stort δ och $R=5,5$ m Ω , $f=50$ Hz ger $\delta=9,3$ mm och $R=5,5$ m Ω , $f=1$ kHz ger $\delta=2,1$ mm och $R=5,5$ m Ω , $f=1$ MHz ger $\delta=66$ μ m och $R=42$ m Ω .

Stål: $f=0$ Hz ger oändligt stort δ och $R=32$ m Ω , $f=50$ Hz ger $\delta=0,71$ mm och $R=32$ m Ω , $f=1$ kHz ger $\delta=0,16$ mm och $R=0,1$ Ω , $f=1$ MHz ger $\delta=5,0$ μ m och $R=3,2$ Ω .

EM28. $R=32$ m Ω

EM29. –

EM30. a) Medurs, b) $i_{\text{inducerad}} = 1,46 \cdot 10^{-7} \cdot e^{-1000 \cdot t}$ ampere.

EM31. a) Strömmen ökar p.g.a. induktion (induktionsströmmen är riktad medurs) b) Strömmen är (ungefär) oförändrad, ty i de två slinghalvorna induceras motsatt riktade E -fält och strömmar.

EM32. $I=2,7$ A

EM33. *Ledning:* Sätt $\hat{E}(t) = K \cdot t$ där K är en konstant. Använd att effekten kan skrivas på två

sätt $P = S \cdot A = \hat{E} \cdot \hat{H} \cdot A$ respektive $P = \frac{dW}{dt} = V \cdot \mathcal{E} \cdot \hat{E} \cdot \frac{d\hat{E}}{dt}$

Visa att båda uttrycken är lika. H -fältet uttrycks med hjälp av Amperes lag (med förskjutningsströmmen).

EM34. Energin i området minskar (Poyntingvektorn pekar ut ur området). Sätt

$B(t) = B_{start} - K \cdot t$ där K är en konstant. Då erhålls $S = \frac{r \cdot K \cdot (B_{start} - K \cdot t)}{2 \cdot \mu}$

EM35. Effektflyde in mot centrum: $S = \frac{r \cdot J^2}{2 \cdot \sigma}$ $P = \frac{h \cdot \pi \cdot r^2 \cdot J^2}{2 \cdot \sigma} = \frac{V \cdot J^2}{\sigma} = R \cdot I^2$

EM36. a) Uppåt i papprets plan, b) $\hat{I} = 0,031 \text{ A}$.

EM37. a) -, b) $C=5 \text{ }\mu\text{F}$, $ESR=50 \text{ m}\Omega$, $ESL=5 \text{ nH}$.

EM38. $\ln\left(\frac{r_{ytter}}{r_{inner}}\right) = 1 \Rightarrow r_{inner} = \frac{r_{ytter}}{e}$

EM39. Inne i sfären ($r < a$): $E = \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \mathcal{E}_r \cdot \mathcal{E}_0} \approx 4706 \cdot r \text{ volt/meter}$, utanför sfären ($r > a$)

$E = \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \mathcal{E}_0 \cdot r^2} \approx \frac{0,0376}{r^2} \text{ volt/meter}$. Notera att vid $r=a$ sker ett "hopp" i fältsyrkan p.g.a. att

$\mathcal{E}_r$ ändras från 8 till 1. [D -fältet ($=\mathcal{E}_r \mathcal{E}_0 E$) är dock kontinuerligt vid $r=a$.]

EM40. Se parledningen som en kondensator och beräkna dess kapacitans. Sedan kan resistansen bestämmas (1337 ohm). Läckströmmen blir 37 mA.

EM41. –

EM42. –

EM43. –

EM44. a) $E(r) = \frac{Q}{4\pi\mathcal{E} \cdot r^2}$ (radiellt ut) i området mellan skalerna. Innanför innerskalet och utanför ytterskalet är $E=0$.

b) $U = -\int_{R_y}^{R_i} E(r) \cdot dr = -\int_{R_y}^{R_i} E(r) \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\mathcal{E}} \cdot \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_y}\right)$ vilket ger $E(r) = \frac{U}{\left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_y}\right)} \cdot \frac{1}{r^2}$.

$$c) C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_y}}$$

$$\text{EM45. a) } = - \int_{r_y}^{r_i} E(r) \cdot dr \text{ leder till sökt formel. b) } C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln\left(\frac{r_y}{r_i}\right)}$$

EM46. a) E är högst i område 1 (ty $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$, där $\epsilon_1 < \epsilon_2$).

$$b) E_1 = \frac{U}{d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot d_2} > \frac{U}{d_1 + d_2} \text{ och } E_2 = \frac{U}{d_2 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot d_1} < \frac{U}{d_1 + d_2}.$$

Överslag riskeras i område 1.

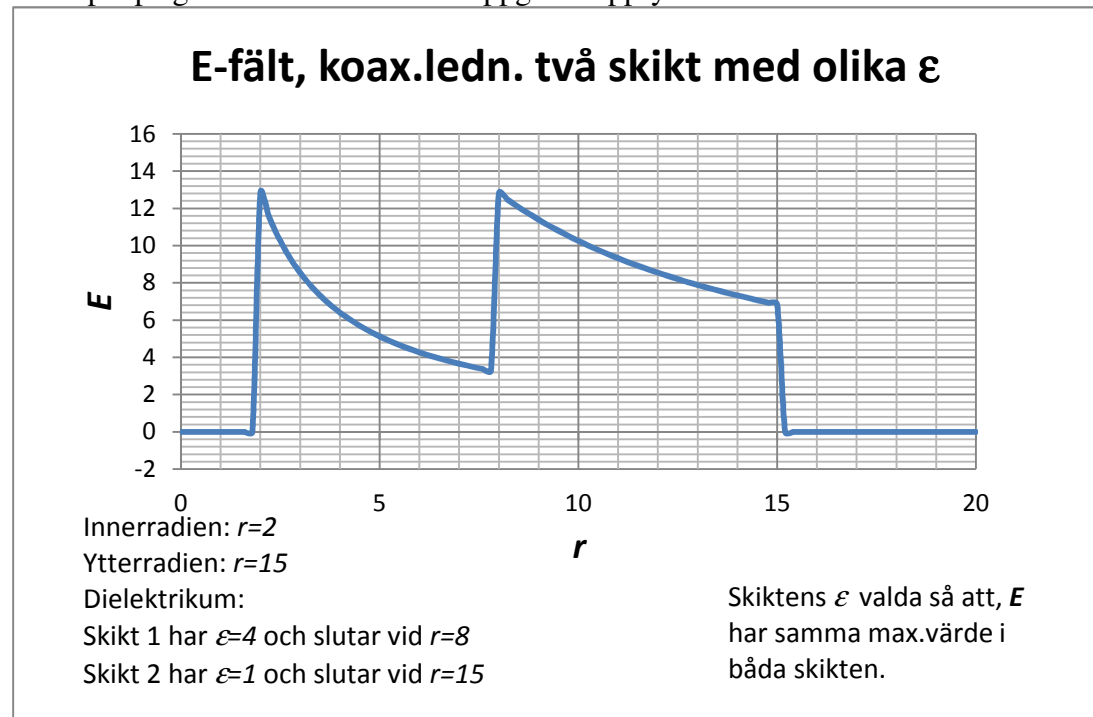
$$c) \text{ Övre plattan: } Q = + \frac{U \cdot A}{\frac{d_1 + d_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}}, \text{ nedre plattan } Q = - \frac{U \cdot A}{\frac{d_1 + d_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}}$$

$$d) C = \frac{A}{\frac{d_1 + d_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}}$$

EM47. a) D och E är noll innanför innerledaren ($r < r_1$) och utanför ytterledaren ($r > r_3$).

Mellan r_1 och r_3 varierar D som $\frac{1}{r}$ med max vid r_1 och sedan strängt avtagande. E börjar med max vid r_1 , avtar som $\frac{1}{r}$ fram till r_1 där E ökar språngmässigt till (ty ϵ ändras plötsligt) nytt lokalt max. för att sedan åter avta som $\frac{1}{r}$ fram till r_3 varefter den blir noll.

Exempel på graf med villkoret i deluppgift b uppfyllt:



$$b) r_1 \cdot \epsilon_1 = r_2 \cdot \epsilon_2$$

c) –

$$d) E = \frac{U}{\ln\left(\frac{r_3}{r_1}\right)} \cdot \frac{1}{r} = \frac{U}{\ln\left(\frac{r_{ytterledare}}{r_{innerledare}}\right)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\text{EM48. a) } E_{sfär, max} = \frac{U}{\left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_y}\right)} \cdot \frac{1}{R_i^2} \approx \frac{U}{R} \text{ och } E_{cylinder, max} = \frac{U}{\ln\left(\frac{r_y}{r_i}\right)} \cdot \frac{1}{r_i}. \text{ Överslag}$$

först vid sfären om $R < r_i \cdot \ln\left(\frac{r_y}{r_i}\right) \approx r \cdot \ln(30)$ i vårt fall.

$$b) R = r \cdot \ln(30) \approx 3,4 \cdot r$$

$$\text{EM49. a) } r_{50} = \sqrt{r_i \cdot r_y}$$

$$b) r_{90} = r_i^{0,1} r_y^{0,9}$$

$$c) r_{50} \approx 0,775 \text{ mm}; r_{90} \approx 1,30 \text{ mm}$$

EM50. a) $\Gamma_m = 0$ ty integration längs de två sidorna i x -led ger båda noll då $\mathbf{H}$ är vinkelrät mot $d\mathbf{l}$, de två integrationerna i y -led ger $H_0 b$ där $|\mathbf{H}|=H_0$ (ty $\mathbf{H}$ och $d\mathbf{l}$ samriktade vid $x=a$) respektive $-H_0 b$ ($\mathbf{H}$ och $d\mathbf{l}$ motriktade vid $x=0$) dvs sammanlagt noll. Kommentar: Ett i rummet konstant fält har ingen tendens att vrida sig ("virvla"), så det är rimligt att cirkulationen är noll.

b) $\Gamma_m = H_0$ ($|\mathbf{H}|=H_0$ vid $x=a$ och $\mathbf{H}=0$ vid $x=0$, annars likartat resonemang som i deluppgift a). Fältet följer slingan i viss utsträckning (längs sidorna som är i y -led), detta leder till en "viss mängd cirkulation".

c) $\Gamma_m = H_0 4b$ ($\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ vid $x = a$ och $\mathbf{H} = -\mathbf{H}_0$ vid $x = -a$, annars likartat resonemang som i deluppgift a). Fältet följer slingan i viss utsträckning (längs sidorna som är i y -led), detta leder till en "viss mängd cirkulation".

d) $\Gamma_m = H_0 2$ ($\mathbf{H}$ och $d\mathbf{l}$ samriktade längs cirkeln, $|\mathbf{H}|=H_0$ och $|d\mathbf{l}|=dl=r d\theta$ där $d\theta$ är en infinitesimal vinkel, integrera i vinkelled från 0 till 2π .) Fältet vrider sig och följer slingan, vilket ger tydlig cirkulation.

e) $\Gamma_m = -H_0 2$ ($\mathbf{H}$ och $d\mathbf{l}$ motriktade längs cirkeln, annars samma som i deluppgift d.) Fältet vrider sig precis motsatt slingans riktning, vilket ger negativ cirkulation.